ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«СЫКТЫВКАРСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
ПИТИРИМА СОРОКИНА»

На правах рукописи

Хозяинова Мария Семеновна

ОБУЧЕНИЕ СОДЕРЖАТЕЛЬНОМУ АНАЛИЗУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПРИ ИЗУЧЕНИИ АЛГЕБРЫ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

13.00.02 – теория и методика обучения и воспитания
(математика)

Диссертация
на соискание ученой степени
кандидата педагогических наук

Научный руководитель:
доктор педагогических наук
Сотникова О. А.

СЫКТЫВКАР – 2017

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. Государственная программа Российской Федерации «Развитие образования» до 2020 года содержит руководящую идею обеспечения кадрами с компетенциями, соответствующими актуальным потребностям производства и государства. В этой связи компетентностный формат современного инженерного бакалавриата ориентирован на формирование профессионально-математических компетенций (ПМК), в состав которых входит владение математическим моделированием производственных процессов.

Ознакомление студентов технических вузов с основами математического моделирования происходит в рамках изучения математической дисциплины, и эта дисциплина является базовой в обучении математическому моделированию. Поэтому формирование ПМК будущих инженеров-бакалавров берет свое начало при изучении математики.

Очевидно, что ПМК базируются на тех умениях, которые позволяют описывать технологии производственных процессов на языке математических теорий. Однако знание языка математических теорий, хотя и необходимо, но не достаточно для представления закономерностей производственного процесса в виде математических соотношений. Поэтому заучивание математического материала (определений, формул, теорем, правил и т.п.) не приводит к овладению методами математического моделирования. Для этого студенту инженерного бакалавриата важно достичь понимания смысла математических понятий и теорий, осознать возможность их интерпретаций. Поскольку смысл математических понятий и теорий обретается в установлении содержательных взаимосвязей (Г. Вейль [21], А. Д. Мышкис [15], А. Н. Уйатхед [153], Г. Фреге и др.), то для овладения методами математического моделирования студенту важно научиться выделять существенные признаки математических понятий, определять структуру компонентов математического материала, устанавливать логико-математические соотношения в нем, выполнять интерпретации понятий и теорий и визуализировать их. Другими словами, студенту необходимо уметь выполнять *содержательный анализ математического материала*. Чем раньше будет сформированы умения по выполнению содержательного анализа математического материала, тем продуктивнее будет осуществляться овладение методами математического моделирования. В этой связи начальный этап математической подготовки в техническом вузе требует пристального внимания для создания основ формирования ПМК в дальнейшей вузовской подготовке.

Приоритетные направления математического образования в общем виде рассмотрены в работах многих методистов и математиков (Н. Я. Виленкин [91], А. Н. Колмогоров [69], Ю. М. Колягин [70], А. Г. Мордкович [99], В. А. Тестов [149], Л. М. Фридман [156] и др.). Одним из ведущих принципов обучения математике в вузе ими признается принцип профессиональной направленности, ориентирующий на формирование у студентов математических компетенций, имеющих в своем составе профессиональные составляющие. Для технического образования реализация принципа профессиональной направленности в большей степени связана с применением математических методов для моделирования технологических процессов (И. И. Блехман [15], Л. Д. Кудрявцев [78], А. Д. Мышкис [15], Я. К. Пановко [15], Е. Г. Плотникова [112] и др.). Большинство авторов современных диссертационных работ, в которых определяются способы обучения математическому моделированию студентов технических вузов (Т. А. Анисова [4], Т. В. Игнатьева [60], Г. И. Илларионова [62], М. М. Миншин [98], М. В. Носков [103], В. Г. Плахова [111], С. В. Плотникова [112], Я. Г. Стельмах [140], С. А. Татьяненко [146], В. А. Шершнева [173] и др.), придерживаются технологии профессионально-ориентированных задач, использование которых требует знаний из технической области. Технологии обучения математике на начальном этапе технического образования (без использования знаний техники и производственных технологий) не достаточно разработаны в теории и методике обучения математике.

Исходя из общих положений методологии учебно-познавательной деятельности (Ю. К. Бабанский [11], В. П. Беспалько [14], Л. С. Выготский [25], Л. П. Доблаев [48], П. Я. Гальперин [28], В. В. Давыдов [41], И. А. Зимняя [57], А. Н. Леонтьев [84], Н. Ф. Талызина [142,143], И. С. Якиманская [178] и др.), можно сделать вывод: эффективность обучения существенно зависит от владения субъектом познания способами работы с учебным материалом. Анализ опыта работы преподавателей-математиков, результатов обучения студентов и состава учебных действий, необходимых для математического моделирования в профессиональной деятельности инженеров, а также собственная практика работы в вузе и наш поисковый эксперимент показали, что у большинства студентов-первокурсников (технических вузов) умения по работе с учебным математическим материалом сформированы на невысоком уровне. Это затрудняет освоение студентами методов математического моделирования, важных для профессиональной компоненты компетенций бакалавра-инженера. Студенты нуждаются в специальном обучении умениям работы с учебным математическим материалом. Методисты-математики к таким умениям относят умения по выполнению содержательного анализа учебного математического материала, направленного на понимание смысла изучаемого (В. А. Далингер [44], О. Б. Епишева [51], Е. И. Лященко [81, 88], О. А. Сотникова [88] и др.). Формирование указанных умений нацелено на глубинное понимание материала студентами, при котором математические знания становятся готовыми не только к воспроизведению, но и воспроизводству, что наиболее ценно для освоения математическим моделированием и его применения.

Курс математики в техническом вузе невозможен без изучения алгебры (комплексные числа, линейная алгебра, векторная алгебра, элементы алгебраических структур и др.). Особенность алгебры такова, что ее понятия и теории по своей логико-математической структуре прозрачны в использовании математических методов, многоуровневом построении абстракций (Г. Вейль [21], А. Черч [34] и др.). Компоненты содержания алгебраического материала инженерного бакалавриата (определения, теоремы, доказательства и др.) могут быть переведены на язык логико-математической символики в одношаговом режиме. Степень абстрактности алгебраических понятий существенно не отличается от степени абстрактности «школьных» математических понятий. Алгебраические понятия интерпретируемы на уровне жизненного опыта, причем в некотором многообразии. Примеры понятий и способов решения задач имеют возможность обобщения. Формулы алгебры выражают математические модели, интерпретируемые в формате интуитивного знания, визуализируемые средствами компьютерных программных продуктов.

Однако методика изучения алгебраического материала для технического образования детально не исследована, а предлагаемые подходы для других направлений подготовки (например, педагогического, экономического) мало приемлемы, поскольку профессионально-математические компетенции бакалавров-инженеров имеют отличия от бакалавров другого образования.

В связи с вышесказанным можно сделать вывод, что в теории и методике обучения математике в высшем техническом образовании обнаруживается **противоречие** между необходимостью владения студентами умениями по выполнению содержательного анализа учебного математического материала и отсутствием разработанной методики обучения алгебре, позволяющей это осуществлять на начальном этапе технического образования. Потребность в устранении указанного противоречия свидетельствует **об актуальности выбранной темы** для исследования.

Необходимость устранения выявленного противоречия определила методологический аппарат исследования.

Проблема исследования заключается в недостаточной разработанности методов обучения алгебре на начальном этапе инженерного бакалавриата, позволяющих сформировать у студентов умения по выполнению содержательного анализа учебного математического материала, значимых для математического моделирования.

Цель исследования состоит в совершенствовании методики обучения алгебре, позволяющей на начальном этапе изучения математики в техническом вузе создать условия для формирования у студентов умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала.

Объект исследования: процесс обучения алгебре на начальном этапе подготовки студентов технических вузов.

Предмет исследования: учебная математическая деятельность студентов инженерного бакалавриата при изучении алгебры на начальном этапе обучения, направленная на выполнение содержательного анализа учебного математического материала.

В основу исследования положена **гипотеза**: если на начальном этапе подготовки в техническом вузе при изучении алгебры будет осуществляться обучение содержательному анализу математического материала, в том числе обучение приемам:

- выделения структуры компонентов содержания алгебраического материала (дефиниций, теорем, доказательств, алгоритмов и др.);
- использования логико-математической символики для записи компонентов содержания алгебраического материала;
- установления соотношений (логических и смысловых) между фактологическими сведениями в алгебре;
- построения цепочек обобщения в алгебраическом содержании (понятий, примеров, способов решения задач и т.п.);
- приведения примеров и контрпримеров (алгебраических понятий, конструкций и т.п.);
- визуализации математических соотношений с помощью компьютерных систем,

то это повысит качество обучения алгебре и создаст условия для освоения студентами методов математического моделирования и их применения в дальнейшем при изучении профессиональных дисциплин и профессиональной деятельности.

Проблема, цель, предмет и гипотеза определили **следующие задачи исследования**:

1) проанализировать подходы к обучению математике студентов технических вузов, представленных в педагогической, психологической, методической литературе и в практике обучения в высшей школе, выделить

приоритетные направления организации учебной математической деятельности студентов технических вузов на начальном этапе обучения;

2) выделить составляющие умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала, необходимые студенту инженерного бакалавриата;

3) определить специфику содержания методов и средств обучения алгебре, использование которых ориентирует студента на выполнение содержательного анализа учебного материала;

4) разработать модель организации учебной деятельности студентов, направленной на формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала на начальном этапе обучения и на основе этой модели усовершенствовать методику обучения алгебре в техническом вузе;

5) разработать требования к учебным математическим заданиям по алгебре и систему заданий (в том числе с применением компьютерных систем), использование которой направлено на формирование у студентов умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала;

6) экспериментально проверить эффективность реализации разработанной методики в условиях технического вуза.

Методологическую основу исследования составили: идеи системного подхода к организации учебного процесса (В. П. Беспалько, В. И. Загвязинский и др.), моделирования и проектирования педагогических процессов (Ю. К. Бабанский, В. П. Беспалько, В. В. Краевский, Н. Ф. Талызина и др.); концепции деятельностного подхода к обучению (Л. С. Выготский, П. Я. Гальперин, В. В. Давыдов, А. Н. Леонтьев и др.) в том числе к математике (О. Б. Епишева, Л. В. Занков, Н. Ф. Талызина, Л. М. Фридман и др.), личностно-ориентированного подхода к обучению математике (В. А. Гусев, И. Я. Лернер, А. Г. Мордкович, Г. И. Саранцев, И. С. Якиманская и др.), компетентностного подхода в образовании (В. И. Байденко, А. А. Вербицкий, Дж. Равен, И. А. Зимняя, Э. Ф. Зеер, Ю. Г. Татур, А. В. Хуторской, В. Д. Шадриков и др.); закономерности формирования математических компетенций в образовательном процессе (Г. М. Дорофеев, М. Л. Зуева, Л. Д. Кудрявцев и др.); принципы теории обучения решению учебных задач (Г. А. Балл, В. П. Беспалько, Ю. М. Колягин, Г. И. Саранцев, П. М. Эрдниев и др.).

Теоретическим фундаментом диссертации стали исследования, посвященные анализу обучения математике учащихся, в том числе технических направлений (С. Л. Атанасян, Р. А. Атаханов, Т. А. Анисова, Н. Я. Виленкин, В. А. Далингер, Ю. А. Дробышев, Т. В. Игнатьева, Г. И. Илларионова, Л. Д. Кудрявцев, М. М. Миншин, А. Г. Мордкович, А. Д. Мышкис, С. В. Плотникова, И. С. Сафуанов, П. В. Семенов, В. А. Тестов и др.); психолого-педагогические и научно-методические исследования по вопросам создания и использования в процессе обучения учебных материалов, в том числе по математике (Э. Г. Гельфман, Л. П. Доблаев, Ю. Н. Ковшова, А. Г. Подстригич, К. С. Поторочина, Т. Б. Ципляева и др.); исследования в области компьютеризации и информатизации процесса обучения математике и другим дисциплинам (Р. М. Асланов, С. А. Бешенков, В. А. Бубнов, Я. А. Ваграменко, С. Г. Григорьев, В. В. Гриншкун, А. П. Ершов, В. Е. Жужжалов, О. Ю. Заславская, В. С. Корнилов, А. А. Кузнецов, И. В. Левченко, В. М. Монахов, Н. И. Пак, А. Ю. Уварова и др.).

Для достижения цели исследования использовался комплекс **методов исследования.** *Теоретические методы*: анализ философской, педагогической, психологической и методической литературы, отражающей проблемы формирования профессионально-математических компетенций будущих инженеров-бакалавров; анализ содержания образовательных стандартов, учебных планов, рабочих программ, учебников и методических разработок по математике для студентов технических направлений подготовки и специальностей; анализ организации процесса обучения математике в вузе; моделирование обучения математике, анализ и обобщение передового опыта научно-педагогических работников. *Эмпирические методы*: накопление научных и экспериментальных фактов, их анализ, синтез и количественная обработка; личное преподавание в техническом вузе, преподавание в системе обучения студентов с применением дистанционных технологий; устный опрос студентов; анализ письменных работ студентов; анкетирование и тестирование студентов, беседы с преподавателями и студентами. *Статистические методы*: математическая обработка результатов экспериментальной части исследования.

Научная новизна исследования заключается в том, что:

1) выделены основные составляющие умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала, необходимые для развития профессионально-математических компетенций будущих бакалавров-инженеров, определены этапы формирования этих умений;

2) определена специфика учебного алгебраического материала (форма представления теоретического материала, требования к учебным заданиям, визуализации способов решений задач, в т. ч. с применением компьютерных систем), использование которого ориентирует студента на выполнение содержательного анализа учебного математического материала;

3) разработана модель организации учебной деятельности, направленной на формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала студентами технического вуза на начальном этапе подготовки.

Теоретическая значимость исследования заключаются в том, что обоснована необходимость формирования у студентов технических вузов умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала на начальном этапе обучения как базовой составляющей для развития профессионально-математических компетенций бакалавра-инженера; обоснована эффективность использования алгебраического материала для формирования у студентов умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала на начальном этапе обучения, определен состав учебных действий по выполнению содержательного анализа математического материала, выявлены необходимые педагогические условия для вовлечения студентов в их выполнение; определены этапы формирования у студентов умений по выполнению содержательного анализа учебного материала.

Практическая значимость результатов исследования заключается в том, что усовершенствована методика обучения алгебре студентов на начальном этапе подготовки в техническом вузе, направленная на формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала, использование которой способствует повышению эффективности (качества) обучения, создано учебно-методическое обеспечение для ее реализации (учебная программа, учебное пособие, методические указания, дистанционные курсы в оболочке MOODLE, система учебных заданий и учебных математических задач, в т. ч. с использованием компьютерной системы Mathcad). Разработанная система учебных заданий по алгебре может служить ориентиром к составлению учебных заданий по другим разделам математики, изучаемым в техническом вузе.

На защиту выносятся следующие положения.

1. Развитие профессионально-математических компетенций студентов инженерного бакалавриата должно осуществляться за счет овладения ими умениями по выполнению содержательного анализа учебного математического материала, направленного на понимание смысла изучаемого: определение компонентов содержания материала, запись математических фактов с помощью логико-математической символики; выделение существенных признаков понятий; установление соотношений между компонентами учебного математического материала; построение цепочек обобщения понятий; приведение примеров и контрпримеров; визуализация математических соотношений с помощью прикладных программных продуктов и др.

2. Реализация модели организации учебной деятельности студентов будет способствовать формированию умений по выполнению содержательного анализа учебного материала студентами технического вуза при условии ее соответствия принципам методологизации содержания обучения (включение знаний о математических понятиях, методах, принципах построения математических теорий, структуре определений и теорем, правил получения выводов и т. п.), направленности на структуризацию компонентов содержания (иллюстрации с элементами визуализации, в т. ч. с использованием компьютерных

математических систем; построение способов решения задач; сопоставление понятий, примеров и трактовок и т. д.), приоритетности учебных действий по установлению содержательных связей (по уровню абстрактности, аналогии, преемственности).

3. Формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала целесообразно осуществлять на начальном этапе вузовской подготовки при изучении алгебры с использованием специально подобранных учебных заданий, решение которых контекстуально раскрывает состав действий по содержательному анализу учебного математического материала.

Достоверность и обоснованность полученных в диссертационной работе результатов и выводов обеспечены использованием достижений психологических и педагогических наук, теории и методики обучения математике, положительной оценкой разработанных методических материалов преподавателями, данными результатов педагогического эксперимента.

Экспериментальной базой исследования явились ФГБОУ ВО «Ухтинский государственный технический университет», ФГБОУ ВО «Уфимский государственный нефтяной технический университет» и ФГБОУ ВО «Тюменский индустриальный университет».

Исследования проводились в период с 2010 г. по 2016 г.

Первый этап (2010-2012 гг.) – формулировка проблемы исследования, теоретическое ознакомление с методологическими подходами ее решения, изучение и осмысление опыта математической подготовки инженерного бакалавриата, изучение будущей профессиональной деятельности инженеров, постановка задач исследования, накопление эмпирического материала: проведение опросов и анкетирование студентов, преподавателей вузов.

Второй этап (2012-2014 гг.) – определение составляющих профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров, разработка модели обучения, направленного на формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала на начальном этапе обучения в техническом вузе, выбор раздела алгебры для формирования умений по выполнению содержательного анализа, выделение этапов формирования умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала по алгебре, подбор и составление учебных заданий по работе с учебным математическим материалом по алгебре (в том числе с использованием компьютерных систем), корректировка отдельных методических сторон реализации разработанной модели обучения, проведение формирующего педагогического эксперимента.

Третий этап (2014-2016 гг.) – анализ и обобщение результатов экспериментальной работы, выявление теоретических и практических результатов исследования и их корректировка, оформление диссертации.

Апробация и внедрение результатов исследования

Идеи и результаты работы докладывались на Всероссийской научно-методической конференции «Проблемы математического образования в вузах и школах России в условиях его модернизации» (Сыктывкар, 2011); Всероссийской научно-практической конференции «Проектная и исследовательская деятельность в образовательном пространстве дошкольного учреждения, школы, вуза» (Коряжма, 2011); Всероссийской научно-практической конференции «Модернизация педагогического образования и проблемы педагогики высшей школы: методология, практика, инновации» (Сыктывкар, 2012); Всероссийской научно-практической конференции «Преподавание математики в вузах и школах: проблемы содержания, технологии и методики» (Глазов, 2012); Всероссийской научно-практической конференции «Гарантии качества современного профессионального образования в университетском комплексе» (Ухта, 2012); Международном научном семинаре преподавателей математики и информатики университетов и педагогических вузов «Тенденции и перспективы развития математического образования» (Киров, 2014), «Международных Колмогоровских чтениях» (Ярославль, 2015); Всероссийской научно-технической конференции с международным участием «Новые информационные технологии в нефтегазовой отрасли и образовании» (Тюмень, 2012); Научно-технической конференции преподавателей и сотрудников ФГБОУ ВО «Ухтинского государственного технического университета» (Ухта, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015); на методических заседаниях кафедры высшей математики ФГБОУ ВО «Ухтинского государственного технического университета» (Ухта, 2010, 2011, 2012, 2013, 2014, 2015, 2016).

Основные результаты диссертационного исследования изложены в 50 публикациях, в том числе в четырех изданиях, рекомендованных ВАК при Министерстве образования и науки РФ; одном учебном пособии (с рекомендацией УМО), в методических указаниях по математике для студентов технических вузов.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, двух глав, заключения, библиографического списка и 4 приложений.

ГЛАВА 1. ПСИХОЛОГО-ПЕДАГОГИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ АЛГЕБРЕ НА НАЧАЛЬНОМ ЭТАПЕ ОБУЧЕНИЯ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

В первой главе диссертационного исследования определяются основные понятия и направления исследования: изучаются профессионально-математические компетенции, необходимые инженеру для эффективной профессиональной деятельности и применения аппарата математики в ней; выделяются составляющие учебной математической деятельности студентов технических вузов и определяются задачи начального этапа математической подготовки; рассматриваются необходимые условия по формированию профессионально-математических компетенций бакалавра-инженера на начальном этапе изучения математики. Описаны составляющие учебной математической деятельности студентов на начальном этапе обучения в вузе, выделены умения по выполнению содержательного анализа учебного материала, как необходимые условия формирования профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров. Доказано, что умения по выполнению содержательного анализа целесообразно формировать при изучении алгебры.

1. 1. Основные составляющие профессионально-математических компетенций выпускника технического вуза

Основная характеристика компетенции выпускника вуза

В соответствии с Концепцией долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации на период до 2020 года предполагается проведение ряда мероприятий в различных областях. «Стратегической целью предлагаемых действий является достижение уровня экономического и социального развития, соответствующего статусу России как ведущей мировой державы XXI века, занимающей передовые позиции в глобальной экономической конкуренции и надежно обеспечивающей национальную безопасность и реализацию конституционных прав граждан» [118, п. I.3]. В связи с чем разработана Федеральная целевая программа развития образования, способствующая реализации названной концепции. Стратегической целью государственной политики в области образования является повышение доступности качественного образования, соответствующего требованиям инновационного развития экономики, современным потребностям общества и каждого гражданина [74, п. I]. Данная программа является продолжением Концепции модернизации российского образования до 2010 года и определяет компетентностный характер российского образования.

Компетентностный подход в образовании – это совокупность общих принципов определения целей и отбора содержания образования, организации образовательного процесса и оценки образовательных результатов [82, с. 3], нацеленных на формирование целостной системы универсальных знаний, умений и навыков, а также самостоятельной деятельности и личной ответственности обучающихся, в целом определяемой как система *ключевых компетенций.*

Одним из основных приоритетов компетентностного подхода к высшему образованию является фундаментальность образования, потому что фундаментальная подготовка выпускника является основой для его будущей профессиональной гибкости, трансформации на протяжении всей профессиональной жизни. Исследователи отмечают, что фундаментальные представления – это стержневые, системообразующие, методологически значимые знания, восходящие к истокам понимания, к первичным сущностям. Поэтому выработанное на их основе умение думать, самостоятельно добывать знания должно существенно помочь выпускнику в профессиональной и социальной деятельности, а при необходимости и изменить специальность или даже профессию (В. А. Тестов [149]).

В философии и методологии обучения (Э. Ф. Зеер [55], И. А. Зимняя [56], Л. Д Кудрявцев [78], С. А. Подлесный [113], С. Д. Смирнов [129], А. А. Столяр [141] и др.) признано, что именно фундаментальные знания обеспечивают выпускнику возможность понимать и осваивать новую технику и технологии, новые принципы организации профессиональной деятельности. Таким образом, в поиске и определении ключевых компетенций выпускников ориентир образования должен быть направлен на фундаментальность образования. Фундаментальные знания – это основополагающие знания, применение которых возможно в любой области образования и жизни

В педагогике отмечают, что компетентностный подход призван решить ряд важнейших несоответствий, возникающих в образовательном процессе и в частности в профессиональном образовании. Наиболее актуальны следующие несоответствия обучения и профессиональной деятельности, выделенные исследователями [78, 55, 113, 129 и др.]:

- несоответствие между видами мотивации: учебная деятельность учащегося предполагает познавательную мотивацию, а практическая деятельность – профессиональную;

- несоответствие между предметом деятельности: предметом учения является готовая учебная информация, а деятельность специалиста предполагает создание нового продукта;

- несоответствие между видами «рабочей» информации: студент получает статическую информацию, а в труде она используется динамично;

- несоответствие между представлением «рабочей» информации: содержание обучения рассыпано на множество учебных дисциплин, а в труде оно применяется системно;

- несоответствие между операционным составом деятельности: при обучении учащимися используются в основном внимание, восприятие, память и моторика, а в производственной сфере он выступает как целостная личность;

- несоответствие между позицией в соотношении «вопрос-ответ»: обучающийся занимает ответную позицию, проявляет активность в ответ на воздействия преподавателя, тогда как на производстве от него ждут инициативы, ответственности;

- несоответствие между организацией деятельности: в обучении студент выступает единолично, а любой производственный процесс требует совместной деятельности специалистов.

Компетентностный подход в образовании призван к устранению этих несоответствий. В рамках данного подхода требуется сконструировать такую систему обучения студентов, в которой обретенные в вузе компетенции позволяют выпускнику гармонично трансформировать компетенции и использовать их в профессиональной деятельности. Иными словами, при переходе от роли студента в роль работника выпускнику важно уметь перевести мотивацию из познавательной в профессиональную, системно использовать разные виды и формы информации, извлекать инновацию из своего опыта, проявлять инициативность и стремление работать в коллективе с максимальной пользой для производства. Именно такие выпускники будет наиболее востребованы на рынке труда.

Основными категориями компетентностного подхода остаются «компетенция» и «компетентность», в связи с чем эти понятия прочно вошли в обиход работников сферы образования. Но надо заметить, что на сегодняшний момент затруднительно выделить устоявшиеся определения, применяемые исследователями. В силу широты содержания понятий существует несколько различных трактовок, и на сегодняшний день данная проблема занимает значительное количество работ как в иностранных (Дж. Равен [117], В. Хутмахер [180] и др.), так и в российских изданиях (В. И. Байденко [17], Л. С. Богачев [16], И. А. Зимняя [56], Г. И. Ибрагимов [58], А. М. Новиков [101], Ю. Г. Татур [145], А. В. Хуторской [171] и др.). Предлагаются самые различные трактовки вышеупомянутых понятий, выделяются их важнейшие признаки и составляющие.

Компетентность – характеристика, даваемая человеку в результате оценки эффективности его действий, направленных на решение определенного круга значимых для данного сообщества проблем [33]. Таким образом, компетентность характеризует свойство личности.

По мнению Э. Ф. Зеера, «компетенции – обобщенные способы действий, которые обеспечивают продуктивное выполнение профессиональной деятельности» [55, с. 363], что определяет компетенции как способность личности к адекватным и полезным действиям по отношению к выбранной профессиональной деятельности.

С психолого-педагогической точки зрения И. А. Зимняя определяет «компетенцию» как совокупность знаний, правил оперирования ими и их использование, а «компетентность» как личностное свойство, основывающееся на знаниях, как личностно и интеллектуально обусловленное проявление социально-профессиональной жизнедеятельности человека в его поведении [72, с. 5].

А. В. Хуторской считает, что понятие «компетенция включает совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемых по отношению к определённому кругу предметов и процессов и необходимых для качественной продуктивной деятельности по отношению к ним. Компетентность – это владение, обладание человеком соответствующей компетенцией, включающей его личностное отношение к ней и предмету деятельности» [171, с.141]. Данное определение аналогично определению И. А. Зимней, компетенция определяется как качество личности, основанное на знаниях, умениях и навыках, которые могут гарантировать выпускнику качественное выполнение профессиональных и различных социальных задач.

Таким образом, ряд исследователей отмечают, что компетентность выступает в качестве результата обучения, а компетенция – это способность человека реализовать свои знания, умения в конкретной практической и социальной деятельности.

Из проведенного анализа следует, что компетенции основываются на знаниях и умениях их применять, но не являются их эквивалентом. Компетенции – это «знания в действии» (А. Г. Асмолов [64]), т. е. умение применять имеющиеся знания для решения различных задач. Под решением задач имеется в виду решение как учебных, специально сконструированных заданий (в обучении), так и решение задач профессионального характера, где ответ наперед не известен, а зависит лишь от быстрых и правильных действий человека, что предполагает использование имеющихся знаний в новой ситуации, отличной от учебной деятельности. Иными словами, владение компетенцией – это переносимость знаний, полученных в учебной деятельности, в профессиональную и социальную область, что предполагает такое формирование этих знаний и умений в процессе обучения, при котором любое совершаемое интеллектуальное учебное действие студента переводится на уровень обобщения, на уровень «обобщенного способа действия» (П. Я. Гальперин [28], В. В. Давыдов [42], Д. Б. Эльконин [177] и др.). Владение обобщенными способами действий является ключевым свойством трансформации (переносимости) компетенций выпускника на профессиональный уровень. Данное свойство является необходимым условием фундаментальности образования.

Для решения методических проблем формирования компетенций студента в преподавании отдельной дисциплины нужно иметь в виду формирование и усвоение студентами обобщенных способов действий, которые могли бы быть перенесены в его будущую профессиональную область. И в каждой преподаваемой студентам дисциплине необходимо отыскивать средства реализации этой методической идеи. В противном случае не будет реализован компетентностный подход к образованию в собственном его понимании.

Вывод: основной характеристикой компетенции выпускника вуза является переносимость (трансформация) способов учебной деятельности на профессиональный уровень, т. е. овладение студентом не просто набором знаний, умений и навыков в определенной области, но и обобщенными способами действий применения имеющихся знаний и умений для решения поставленных перед ним профессиональных и социальных задач.

Структура и составляющие профессионально-математических компетенций выпускника технического вуза

Профессиональные компетенции предполагают готовность и способность выпускников системно и организованно решать проблемы и задачи, а также анализировать результаты своей профессиональной деятельности на основе полученных в процессе обучения знаний и умений. Формирование профессиональных компетенций начинается еще в учебном заведении (школе, вузе), а продолжает формироваться на протяжении всей профессиональной деятельности.

По отношению к инженерному образованию можно отметить, что на сегодняшний день профессиональные компетенции выпускников технических направлений представляют собой некоторый набор требований (Федеральных государственных образовательных стандартов в том числе). Эти требования с одной стороны являются декларативным ответом на процессы, проходящие во внешнем мире, а с другой стороны, если выпускник обладает данными компетенциями, обеспечивают готовность качественно, грамотно и с максимальной пользой реализовать инженеру себя в профессиональной и социальной жизнедеятельности.

Выше отмечали, что необходимые студентам компетенции отвечают процессам, проходящим в мире. Поэтому необходимо обратить внимание на происходящие в мире в целом и в нашей стране процессы общественно-политического, научно-технического и нравственного порядка, которые оказывают существенное влияние на сферу образования в целом, включая и сферу высшего образования. На основе анализа литературы [40, 68, 78, 129 и др.] можно выделить основные изменения последних десятилетий в производственной сфере и соответствующие им изменения в формировании социального заказа (Таблица 1.1.).

Перечисленные изменения современности находят непосредственное отражение в требованиях к подготовке выпускников вузов, в том числе в наборе ключевых компетенций в государственных образовательных стандартах по всем направлениям подготовки. Но каждое направление подготовки в зависимости от специфики будущей профессии имеет свои нюансы и отличия, которые отвечают задачам и целям каждой конкретной профессиональной деятельности.

Таблица 1.1

Формирование «заказа» к образованию, соответствующего изменениям современности

Изменения в «инженерии»	**Влияние на «заказ» к образованию**
Рост наукоемких производств	Для эффективной работы в производстве требуется большое количество работников с высшим образованием, а работник со средним профессиональным образованием должен иметь высокий уровень квалификации
Интенсивный рост объема научной и технической информации	Квалифицированный специалист должен обладать способностью и навыками самообразования, иметь стремление к непрерывному образованию и повышению своей квалификации
Быстрая смена технологий	Данная особенность требует от специалиста фундаментальной подготовки и способности быстро осваивать новые технологии
Выдвижение на первый план научных исследований, ведущихся на стыке разных наук	Проведение таких исследований возможно лишь специалистами, обладающими интегрированными знаниями и умениями, понимающими междисциплинарные соотношения, а так же умеющими работать коллективно со специалистами разных областей
Наличие мощных внешних средств мыслительной деятельности	В данном контексте возникает необходимость в творческих специалистах, компетентных в информационно-коммуникационных технологиях

Инженер, осуществляющий деятельность по проектированию, обслуживанию и контролю производства, участвует также и в создании новой продукции, технологии. Так, в соответствии с Федеральным Государственным Образовательным Стандартом высшего профессионального образования третьего поколения по направлению подготовки 21.03.01 «Нефтегазовое дело» бакалавр-инженер по данному направлению может заниматься следующими видами профессиональной деятельности:

- производственно-технологическая деятельность (эксплуатировать и обслуживать технологическое оборудование, осуществлять технологические процессы добычи нефти и газа, осуществлять технологические процессы трубопроводного транспорта и др.);
- организационно-управленческая деятельность (планировать и управлять работой первичных производственных подразделений, документировать процессы планирования, организации и управления работой подразделений, анализировать деятельность подразделений и др.);
- экспериментально-исследовательская деятельность (анализировать информацию по технологическим процессам и техническим устройствам, проводить регламентированные методиками экспериментальные исследования, выполнять статистическую обработку результатов экспериментов, составлять отчетную документацию и др.);
- проектная деятельность (собирать и представлять по установленной форме исходные данные для разработки проектной документации, выполнять с помощью прикладных программных продуктов расчеты, участвовать в составлении проектных решений и др.).

Квалифицированное выполнение выбранной профессиональной деятельности выпускниками возможно при знании и понимании фундаментальных естественнонаучных принципов, которые составляют основу инженерной подготовки по выбранному направлению. Вместе с тем выпускник должен получить базовое, широкое высшее образование, способствующее дальнейшему развитию личности. И каждая дисциплина в вузе вносит свой вклад в формирование грамотного выпускника, готового выполнять задачи своей профессиональной деятельности.

Можно заметить, что математика в научных кругах является элементом общей культуры, так как математические методы являются средством решения прикладных задач в любой области науки и универсальным языком науки, с помощью которого можно доказать справедливость выдвигаемой теории. Поэтому математическое образование следует рассматривать как важнейшую составляющую фундаментальной подготовки бакалавров по всем направлениям подготовки.

Для работников инженерных направлений математика представляет собой научный язык, на котором можно сформулировать и решить свои профессиональные задачи. Поэтому качественное усвоение математических методов, законов и понятий является неотъемлемой частью подготовки квалифицированных бакалавров-инженеров, которые будут применять математические методы для решения важных профессиональных задач, в которых математика имеет прикладной характер. В своей профессиональной деятельности инженеры не получают готовых сформулированных математических задач, эти задачи должны быть поставлены и реализованы самим специалистом. И если инженер умеет хорошо решать математические задачи, даже задачи сложного уровня, в профессиональной деятельности он с ними в таком, готовом виде, не встретится. Поэтому задачей математической подготовки студентов технических вузов, не натаскивание решений стандартных математических задач, а формирование у студентов методов математического моделирования различных процессов и явлений.

Связь курса математики с профессиональной подготовкой будущих инженеров – одно из условий, обеспечивающих целостность и глубину знаний обучающихся, их самостоятельность в решении нетривиальных инженерных задач. Для решения конкретной задачи студенты должны пройти все этапы решения задачи – от корректной ее постановки с четкой формулировкой ограничений, грамотного выбора математической модели и расчета ее параметров до инженерной интерпретации полученных результатов с выдачей выводов и рекомендаций. К сожалению, у студентов нередко возникают серьезные затруднения, когда требуется перевести практическую задачу на математический язык, т. е. построить ее математическую модель.

Необходимо заметить, что изучение математики развивает не только математические способности и знания, но и способствует развитию мышления в целом, что является основой для всей деятельности человека и его профессионального становления в том числе. В педагогических исследованиях [81, 95, 129, 141 и др.] выделены важнейшие операции и свойства мышления, способствующие развитию образованного человека и формируемые при изучении математических дисциплин. Основанием к этому является то, что:

1) математические знания представлены как система взаимосвязанных между собой элементов, поэтому процесс усвоения знаний по математике формирует системность и структурность мышления;

2) при решении математических задач применяются такие психологические методы, как анализ, синтез и сравнение, обобщение и классификация информации, которые являются универсальными методами познания, необходимыми при отыскании решения любой задачи;

3) изучение математических объектов развивает пространственное представление и воображение, необходимое бакалавру-инженеру;

4) доказательство свойств и теорем раскрывает процесс построения правильной аргументации, что также важно бакалавру-инженеру в профессиональной деятельности для плодотворной работы в коллективе и др.

Перечисленные особенности структуры математической теории и особенности математического обучения дают основание для создания условий преподавания математики, при которых формируемые у студентов математические компетенции обладают фундаментальностью, основополагающей характеристикой компетентностного подхода в образовании, и свойством переносимости на будущую профессиональную деятельность.

Цель изучения математики студентами технических направлений вузов определяется основными видами будущей профессиональной деятельности инженеров. В работах методистов-исследователей (И. И. Блехман [15], Л. Д. Кудрявцев [78], А. Д. Мышкис [15], Я. К. Пановко [15] и др.) определена цель изучения математики бакалавров-инженеров, состоящая в формировании знаний, умений и навыков. К ним относятся:

- *знания*:

- о роли математики в современной жизни и в технике;

- теоретических сведений, необходимых для изучения общенаучных, общеинженерных и специальных дисциплин;

- *умения*:

- оперировать математическим аппаратом, используемым в материалах, относящихся к своей специальности;

- ставить математические задачи (для этого иметь навыки перевода реальной задачи на математический язык);

- строить математические модели;

- выбирать оптимальный и подходящий математический метод или алгоритм для решения задачи;

- применять численные методы для решения задач с использованием современных вычислительных машин;

- формулировать правильные практические рекомендации (получение результата в виде рабочей формулы, графика, качественного вывода, асимптотики) на основе проведенного математического исследования;

- *овладение*:

- теоретической прикладной математической культурой;

- логическим и алгоритмическим мышлением.

Алгоритмы сопутствуют деятельности человека практически во всех областях, зачастую результат деятельности человека зависит от того, насколько четко он осознает алгоритмическую сущность своих действий: что нужно делать в каждый момент, в какой последовательности, каким должен быть результат и т. п. Это определяет особый аспект культуры мышления человека, характеризующийся умением составлять и использовать различные алгоритмы.

Изучение математики является благоприятной почвой для развития логико-алгоритмической культуры учащихся, т. к. понятие алгоритма пронизывает всю математику: начиная со сложения двух чисел и заканчивая алгоритмами решения задач высшей математики.

Понятие логико-алгоритмической культуры учащегося в процессе изучения математики определяют следующие компоненты [154, с. 3]:

- понимание сущности алгоритма и его свойств;
- владение логическими приемами и средствами для записи алгоритмов;
- понимание алгоритмического характера методов математики и их приложений;
- владение алгоритмами школьного и вузовского курсов математики.

В контексте личностно-деятельностного подхода к обучению с учетом компетентностной модели обучения ведущую цель изучения математики в техническом вузе определим как формирование *профессионально-математических компетенций*, что включает в себя следующие составляющие:

1) знание некоторого набора математических фактов (определений, теорем, методов, алгоритмов и т. д.) – базовые составляющие профессионально-математических компетенций;

2) умения формулировать производственную прикладную задачу средствами математики (выбрать соответствующую математическую модель или построить собственную), найти способ решения задачи – математико-технологические составляющие профессионально-математических компетенций;

3) умения использовать математические теории в различных инженерных расчетах (с применением элементов математической статистики, численных методов, с использованием средств вычислительной техники) –

экспериментально-исследовательские составляющие профессионально-математических компетенций.

Нужно заметить, что выделенные составляющие профессионально-математических компетенций являются взаимосвязанными, основой же является базовые профессионально-математические составляющие. Структура и содержание профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров представлена на рисунке 1. 1.

Одной из приоритетных задач инженерной деятельности является создание нового продукта, инновационной технологии, позволяющей улучшить или модифицировать имеющийся производственный процесс. Известно, любая техническая разработка требует серьезных научных исследований, касающихся возможности применения нового изобретения и экспериментальной проверки возможности реализации изобретения, что предполагает математическое моделирование технического процесса и применение математических методов для решения поставленных задач. Описание любого технического процесса и его математическое моделирование для последующего исследования тесно связано со знанием основ математики, что включает в себя знание и понимание математической символики, логических кванторов и в целом структуры математического материала; основных идей существующих математических объектов, структур и т. п. На данном этапе важным становится поиск и изучение имеющейся научной литературы, исследований по изучаемой теме с целью доказательства возможности модернизации и улучшения. Для подготовки выпускников к решению вопросов данного этапа автором выделены первые составляющие профессионально-математических компетенций (*базовые профессионально-математические составляющие*).

Вторые составляющие профессионально-математических компетенций, необходимые для грамотного математического моделирования в инженерной деятельности, которые названы *математико-технологическими составляющими* профессионально-математических компетенций, предполагают умения студентов перевести задачу (учебную, а в последствие профессиональную) в математическую модель. Что включает владение студентами технологией перевода задачи на математический язык – одной из важнейших составляющих процесса математического моделирования. Важным при решении задач становится правильный выбор имеющихся математических теорий, математических соотношений, математической символики для описания необходимого процесса. Данный этап исследования предполагает, что первый уровень профессионально-математических составляющих уже усвоен.

Рисунок 1.1 – Структура и содержание профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров

Владение обучающимися данными составляющими профессионально-математических компетенций предполагает такое понимание изучаемого материала, которое позволяет видеть возможности и особенности применения изучаемых математических структур для описания реальных процессов, возможность кодирования имеющейся информации с помощью математической символики, теории, умение анализировать и синтезировать полученную информацию; находить необходимую информацию по математике.

Обязательным этапом внедрения нововведения, идущим вслед за математическим моделированием процесса и научными исследованиями, является экспериментальная проверка возможности практической реализации изобретения и, тем самым, доказательства практической пользы нового изобретения. Для решения вопросов данного этапа реализации нововведения инженеру необходимы компетенции, касающиеся умений планировать и проводить инженерные исследования и эксперименты. Для проведения исследований необходимы умения применять различные математические методы и технологии для решения профессиональных задач. Необходимо уметь представлять, объяснять, анализировать и интерпретировать полученные результаты. При проведении экспериментов важнейшими составляющими успешного и достоверного проведения исследования являются умения выбирать подходящие виды математических экспериментов и реализовать их, адекватно расставлять математико-статистические критерии и получать достоверные выводы. Умение правильной обработки результатов исследования включает корректный сбор и группировку данных, в том числе с использованием компьютерных математических средств и программ. Одним из существенных преимуществ применения математических компьютерных систем в технических науках является исключение трудоемкости расчетов и решение сложных математических задач. Но для того, чтобы компьютерные системы помогали студентам в решении математических задач инженерной области, необходимо научиться пользоваться компьютерной программой, понять принцип использования математической программы, что не является простой задачей для студентов на начальном этапе обучения. Эти составляющие компетенций названы *экспериментально-исследовательскими математическими составляющими*.

Рассмотренные составляющие профессионально-математических компетенций необходимы инженеру не только в процессе конструирования нововведения. Они являются необходимым условием качественного выполнения всех важных каждодневных профессиональных обязанностей инженера. Перечисленные уровни профессионально-математических компетенций имеют значительную профессиональную направленность. Можно выделить некоторые из конкретных видов профессиональной деятельности инженеров и проследить их связь с профессионально-математическими компетенциями.

Из профессиональных требований к инженерам [152] известно, что инженер производственно-технической службы ведет учет и проводит анализ показателей работы основного оборудования, участвует в разработке мероприятий по улучшению технико-экономических показателей его работы, контролирует их выполнение, а также выполняет отдельные проектно-конструкторские и чертежные работы, участвует в составлении технических заданий на выполнение проектных, проектно-конструкторских, научно-исследовательских, наладочных и других работ.

К должностным обязанностям инженера-конструктора относится проведение технических расчетов по проектам, технико-экономический и функционально-стоимостный анализ эффективности проектируемых конструкций, а также расчет рисков при разработке новых изделий, составление инструкции по эксплуатации, пояснительные записки к ним, карты технического уровня, паспорта (в том числе патентные и лицензионные) и другой технической документации.

Инженер по строительству участвует в решении вопросов внесения в проекты изменений в связи с внедрением более прогрессивных технологических процессов, конструктивных решений, обеспечивающих снижение себестоимости и улучшение технико-экономических показателей объектов строительства или реконструкции.

Для инженера любой области важным является изучение и обобщение передового отечественного и зарубежного опыта в своей профессиональной области, умение на основе изученной информации разрабатывать предложения по использованию и внедрению других нововведений. Поэтому изучение современных технических исследований невозможно без умений трактовать математические конструкции в применении к реальным производственным объектам и процессам, что включает в себя переносимость математических объектов в производственную сферу и владение математической культурой.

Вывод: к основным составляющим профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров можно отнести следующие:

1) базовые составляющие профессионально-математических компетенций (знание некоторого набора изучаемых математических фактов);
2) математико-технологические составляющие профессионально-математических компетенций (умения сформулировать, решать и интерпретировать прикладную задачу средствами математики);
3) экспериментально-исследовательские составляющие профессионально-математических компетенций (умения использовать математическую теорию в инженерных расчетах).

1. 2. Структура учебной математической деятельности студентов на начальном этапе формирования профессионально-математических компетенций бакалавра-инженера

Учебная деятельность студентов на начальном этапе обучения

Становление профессиональных компетенций любого специалиста, и инженера в том числе, начинается еще в старших классах школы и развивается в дальнейшем на протяжении всей трудовой деятельности. Но первый курс обучения в вузе занимает особое место в фундаментальной (базовой) профессиональной подготовке будущего профессионала. Именно в начале пути важно правильно «заложить фундамент» профессионального становления. По этой причине первокурсникам предлагается изучение важнейших дисциплин (физики, химии, информатики, математики и др.), на которые опираются дисциплины профессионального цикла в дальнейшем. С другой стороны, первый год обучения в вузе является для студентов «адаптивным» к новым условиям в связи с новыми формами организации учебного процесса (лекции, практические занятия, семинары, самостоятельная работа и др.). Если школьная методика в основном «ведет» обучающихся по пути познания, то вузовская система обучения опирается на самостоятельность познания, при которой студенту необходимо самому определять маршрут своей учебной деятельности. Значительные изменения в этот период происходят и в жизни студентов: изменяется привычный круг общения, для некоторых меняется место жительства, для многих это время начала самостоятельной жизни. В целом этот период связан со значительной сменой образа жизни студента.

Начальный этап обучения в вузе с физиологической точки зрения связан со значительными изменениями личности: в этом возрасте происходит переход в новый этап становления личности – юность, первый и важный этап взрослой личности. И как показывают психологические исследования (Г. С. Абрамова [1], Л. С. Выготский [25], В. С. Герасимова [24], М. В. Гамезо [30], Э. Ф. Зеер [55], А. В. Петровский [20], С. Д. Смирнов [129], Д. Б. Эльконин [177] и др.), ведущей потребностью юности являются социальное и профессиональное самоопределение, социально-психологическая поддержка и защита, в также потребность в достижениях. В этот период закладываются основы мировоззрения: происходит формирование ценностных ориентаций, углубление нравственного сознания, рост социального и познавательного интереса к наиболее общим принципам мироздания, универсальным законам развития природы. В связи с формированием собственных ценностных установок в этот период также возникает внутренняя потребность в самосовершенствовании, самовоспитании и саморазвитии. Поэтому именно в этот период необходима специальная организация учебной деятельности студентов.

На учебную деятельность студентов влияют также особенности вузовского обучения, из которых выделяются некоторые:

- усвоение студентами научных знаний и приобретение практического опыта профессиональной направленности;

- изучение науки и ее развития (студенты осваивают процесс формирования научных знаний и методологию науки);

- совмещение научного и учебного процесса (учебно-познавательная деятельность студентов протекает совместно с исследовательской работой).

Изучение математики студентами технических направлений вузов начинается и проходит как раз в этот период, поэтому в преподавании математики, целью которой является формирование необходимых инженеру-бакалавру профессионально-математических компетенций, необходимо учитывать имеющиеся особенности этого периода. Эти особенности начального студенческого периода (адаптация в новой сфере, изучение фундаментальных дисциплин, смена учебной деятельности и потребность в самореализации, профессиональное становление и получение профессионального образования) должны определить наиболее эффективный способ организации учебной математической деятельности студентов.

В общей педагогике существуют разные подходы к понятию «учебная деятельность». Основателями педагогической теории учебной деятельности (П. Я. Гальперин [29], В. В. Давыдов [42], А. К. Маркова [43], Н. Ф. Талызина [143], Г. И. Щукина [175], Д. Б. Эльконин [177] и др.) определены основные компоненты и состав учебной деятельности.

По мнению Д. Б. Эльконина, *учебная деятельность* – это деятельность по самоизменению; деятельность, имеющая своим содержанием овладение обобщенными способами действий в сфере научных понятий [177]. Данное определение является обобщенным, основополагающим, и трактовать его можно по-разному в зависимости от изучаемых вопросов и проблем. В педагогических исследованиях данное определение конкретизируется и дополняется, в результате чего выделяются компоненты учебной деятельности. Очевидно, что структура учебной деятельности определяется характером взаимодействия всех ее составных элементов. Однако относительно основных структурных компонентов учебной деятельности в педагогике также нет единого мнения.

В своем учебном пособии И. А. Зимняя выделяет основные характеристики учебной деятельности, отличающие ее от других форм учения [57]:

1) она специально направлена на овладение учебным материалом и решение учебных задач;

2) в ней осваиваются общие способы действий и научные понятия (в сравнении с житейскими, усваиваемыми до школы);

3) учебная деятельность ведет к изменениям в самом субъекте;

4) происходят изменения психических свойств и поведения обучающегося в зависимости от результатов своих собственных действий.

Учебная деятельность, по мнению И. А. Зимней, направлена на усвоение знаний, овладение обобщенными способами действий, отработку приемов и способов действий, их программ, алгоритмов. В результате учебной деятельности развивается обучающийся.

И. А. Зимняя выделяет основные компоненты внешней структуры учебной деятельности, которые выбраны за основу в диссертационном исследовании:

- мотивация;
- учебные задачи в определенных ситуациях в различной форме заданий;
- учебные действия по решению учебных заданий;
- контроль, переходящий в самоконтроль;
- оценку, переходящую в самооценку.

Каждая составляющая учебной деятельности имеет большое значение в общей структуре учебной деятельности и имеет существенные отличия в зависимости от многих факторов: уровня образования учащихся (дошкольное, общее, вузовское, послевузовское образование), сложности изучения дисциплины (общеобразовательный уровень, углубленный и др.), предметности (изучение математики, химии, литературы, физкультуры и др.), направленности (гуманитарное, техническое, математическое образование и др.).

Свои особенности имеет и учебная деятельность при изучении математики в техническом вузе, что является предметом нашего исследования. Цель изучения математики для бакалавров-инженеров имеет профессиональную направленность, а изучение математики необходимо выпускникам для будущего профессионального становления и профессионального роста – самообразования на протяжении всей жизни и совершенствования своих профессиональных компетенций. Однако для студентов первого курса данная цель не является ценной и значимой, т. к. студент первого курса знаком со своей будущей профессией только поверхностно, на уровне общих представлений.

Например, студент первого курса направления «Нефтегазовое дело» полностью уверен, что для работы на буровой, на нефтепромысле или на нефтегазовой транспортной магистрали «математика не понадобится». Однако работа бурового мастера или его помощника в течение всей рабочей смены связана с решением технологических задач, связанных со скоростью прокладки, расходом бурового раствора, динамикой напряжений буровой колонны, противовыбросными мероприятиями и т. д. Основным показателем работы эксплуатационной скважины является дебит (поступление нефтеводоносной эмульсии в единицу времени). Этот показатель непосредственно связан с распределением давления нефтяного пласта. Таким образом, специалистам указанного направления «Нефтегазовое дело» приходится систематически решать производственно-технические задачи. Принятие правильного решения во всех случаях требует определенной математической культуры и глубокое понимание взаимосвязанной технологической цепочки процессов. Следует заметить, что в современных условиях инженер часто пользуется уже решенными ранее задачами, хотя для принятия решений в конкретной ситуации ему просто необходимы таблицы, графики, различные инструкции. При этом у специалиста низкой квалификации создается ложное впечатление, что математика вообще не нужна на производстве.

Поэтому на начальном этапе изучения математики, учитывая специфику знаний студентов о своей будущей профессиональной деятельности, необходимо формирование положительной мотивации к изучению математики, имеющей профессиональный вектор.

Развитие положительной *учебной мотивации* является одним из центральных характеристик учебной деятельности студентов, а также условий благоприятного формирования математических компетенций, личностного развития и эффективной профессиональной подготовки студента. Доказана ведущая роль мотивации в успешном обучении. В исследованиях многих психологов (Н. А. Бакшаева [12], А. А. Вербицкий [22], Е. П. Ильин [63], М. А. Холодная [169] и др.) доказано, что успехи учебной деятельности студентов примерно на 70 % обусловлены мотивацией и лишь 30 % отводится на способности студента. В исследованиях по вопросу мотивации обучающихся выявлено, что высокая мотивация может играть роль компенсирующего фактора в случае недостаточно высоких способностей; однако в обратном направлении этот фактор не срабатывает – высокий уровень способностей не может компенсировать отсутствие или низкую выраженность учебного мотива, не может привести к значительным успехам в учебе. Особенно это важно на начальном этапе обучения в вузе, потому что именно здесь начинается осмысление студентом своих способностей.

Психолог С. Л. Рубинштейн отмечал: «Всякое действие исходит из мотива, т. е. побуждающего к действию переживания чего-то значимого, что придает данному действию смысл для индивида» [121, с. 187-188]. Применительно к изучению фундаментальных дисциплин, которые, по убеждению студентов, не имеют непосредственного отношения к будущей профессии инженера, можно заметить некоторую пассивность и неактивность со стороны студентов. Поэтому при формировании положительной мотивации студентов к изучению математики необходимо создавать такие условия, при которых изучение математики имело бы внутренний смысл для студента, формирование его познавательного мотива. Внешние мотивы (наказ родителей, преподавателей, долг и обязанности и др.) не могут обеспечить формирования познавательной мотивации. В тоже время психолог В. В. Давыдов отмечает [42, с. 150], что «потребность в учебной деятельности побуждает к усвоению теоретических знаний, а мотивы – к усвоению способов их воспроизводства посредством учебных действий, направленных на решение учебных задач». Именно поэтому для формирования профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров необходимо иметь в виду целью не создание потребности (требования от преподавателя, внешние мотивы), а создание познавательной мотивации (собственного понимания необходимости изучения математики, внутреннего мотива).

Вместе с тем можно заметить, что познавательный мотив у студентов первого курса есть, ведь поступив в вуз, они хотят получать образование по выбранному направлению. Но студенты первых курсов, как правило, еще мало знающие свою будущую профессию, нуждаются в том, чтобы была раскрыта имеющаяся связь совершаемых ими учебных действий (особенно на непрофилирующих дисциплинах, в том числе и математики) с их будущей профессией. Студенты первого курса, ожидающие, что в университете они будут заниматься и изучать только теми предметами, которые они выбрали как профилирующие для своей будущей профессии, не желают продолжать изучать школьные предметы, к которым относится и математика. Данное утверждение подтверждается проведенным анкетированием студентов ФГБОУ ВО «Ухтинского государственного технического университета», описанного в параграфе 2.4. данной работы.

Структура учебной математической деятельности студентов на начальном этапе обучения

Структура содержательной, мотивационной и операционной учебной *математической* деятельности проведена в аналитической статье

Л. В. Селькиной [124]. Она отмечает, что существуют разные подходы к данному понятию. Так ряд ученых (В. А. Крутецкий [76], Н. В. Метельский [94], Л. М. Фридман [156] и др.) выделяют два уровня математической деятельности – *учебную* и *творческую*. Два вида математической деятельности связаны с математической деятельностью, но отличаются по сути.

Результатом учебной математической деятельности является усвоение предусмотренных программой школьного курса математики знаний и способов деятельности. В этой связи учебная математическая деятельность школьников определяется как деятельность, ориентирующаяся на общеинтеллектуальное развитие учащегося, воспитание логических приемов и познавательных умений, качеств мышления посредством организации мыслительной деятельности на математическом материале. Таким образом, основная цель учебной деятельности ученика – познавательная, направленная на овладение субъектом учения основополагающих знаний, умений и навыков, а также способов их приобретения. В данном случае ученик принимает и разбирается в учебном материале, который был составлен для этих целей.

Задачей же математической подготовки в вузах является подготовка студентов к собственно *творческой математической* деятельности, направленной на создание объективно нового и значимого для человечества математического знания, которая выражается в умении ориентироваться в математическом материале и творить в нем. Что предполагает самостоятельный поиск и определение нужной информации, синтез различной информации.

Применительно к учебной деятельности, которую студенты выполняют на занятиях по математике, наиболее уместна трактовка Р. А. Атаханова, в которой основную позицию учебной математической деятельности занимает процесс мыслительного изменения и преобразования предметно-содержательной (математической) реальности, результатом которого является новое (для субъекта) математическое знание или решение математической задачи [8, с. 15]. Подготовка студентов к применению математической теории для моделирования технических процессов, предполагает как раз создание «нового»: новой технологии, нового механизма, новых методов и др.

Для студентов технических вузов математическая реальность представляется с помощью учебных математических материалов: записей лекций, учебников, учебных и методических пособий, электронных ресурсов, предлагаемых для решения заданий (типовых расчетов, контрольных работ), математических программных продуктов и т. д. Изучая математику в вузе, студенты обобщают имеющиеся школьные знания и получают новые знания. При изучении математических разделов деятельность студентов ориентирована на работу с математическими материалами, в процессе которой студенты знакомятся с обобщенными математическими конструкциями и объектами. Работа с учебным материалом включает в себя запись лекций, изучение материалов учебников, решение задач и заданий на практических занятиях, решение контрольных и итоговых работ и др.

Исследователи в области обучения студентов технических вузов и специалисты в инженерной области отмечают, что техническая документация, с которой будут работать выпускники технических вузов, по своей структуре близка к математическому материалу. Так К. С. Поторочина в своем диссертационном исследовании обосновывает схожесть математического текста с технической документацией и отмечает, что их объединяют сжатость, формализованность, наличие математической обработки данных и другие параметры [116].

В связи с вышесказанным, можно заметить, что учебная математическая деятельность студентов технических вузов основана на работе с учебными математическими материалами (с их мыслительному изменению и преобразованию), которые обеспечивают получение студентом нового математического знания. Полученные математические знания должны обеспечивать студенту применение математических методов в профессиональных дисциплинах, т. е. изучая новые знания студен должен получать новые методы математического моделирования.

Рассматривая операционную сферу учебной математической деятельности, можно заметить, что основное внимание исследователей уделяется структуре учебных умений учащихся, которые имеют схожесть с собственно математической деятельностью. Еще И. Ф. Тесленко [148] выделил следующие группы универсальных математических умений:

- *умения решать задачи*: распознавать и соотносить элементы задачи; устанавливать полноту исходных данных задачи, зависимость и непротиворечивость условия задачи; представлять условия задачи в новых отношениях; выделять структуру задачи; использовать схемы, таблицы, символы, чертежи, графы, пространственное расположение в качестве вспомогательных моделей; расчленять задачу на подзадачи; переводить данную ситуацию на язык математических соотношений и зависимостей и, наоборот, дать трактовку символьному или графическому толкованию задачи; давать оценку результатам решения задачи; выделять из решения задачи субъективно полезные знания;

- *интеллектуальное умение осуществлять мыслительные операции* анализа, синтеза и на их основе – операции сравнения, обобщения, сопоставления, абстрагирования и конкретизации;

- *умение логически обосновывать* свои утверждения и выводы: описывать существенные признаки и определять понятия; видеть изученное понятие в связи с другими понятиями; интерпретировать и переформулировать данную математическую модель; индуктивно строить предложения; устанавливать истинность и ложность высказываний и др.

Кроме того выделяются следующие необходимые математические умения, которые необходимы человеку, осуществляющему математическую деятельность: умения пользоваться символьным языком математики; умение осуществлять связь математических знаний между собой; умение создавать визуальные образы и пользоваться ими.

Перечисленные математические умения можно сопоставить с будущей профессиональной деятельностью инженеров. На основе анализа научно-методической литературы [78, 96, 113, 154 и др.] были выделены основные виды и обобщенные задачи профессиональной деятельности инженера, к выполнению которых необходимо готовить будущих выпускников технических направлений вузов. Заметим, что четкое соответствие между математической деятельностью и будущей профессиональной деятельностью инженера провести практически невозможно, т. к. любой вид профессиональной деятельности инженера включает в себя и основывается на синтезе составляющих математической деятельности. Но можно выделить некоторые основополагающие составляющие в каждом виде деятельности (учебной математической и будущей профессиональной) и сопоставить их (таблица 1.2).

Таким образом, учитывая специфику математической деятельности студентов при изучении математики, организацию процесса обучения необходимо направить в русло формирования у студентов приемов по работе с учебным математическим материалом, которые отвечают приемам, применяемым в будущей профессиональной деятельности инженера, т. е. формируют профессионально-математические компетенции студентов технических вузов.

В настоящее время существует и доступно для использования студентам большое количество материалов по математике самого различного вида (учебники и учебные пособия по направлению обучения, видео-лекции различных разделов математики, математические программы для решения задач и др.). Поэтому важной задачей обучения становится выбор оптимального учебного математического материала, изучение которого будет достаточно для достижения цели изучения математики.

Учебный математический материал, как воплощение фактологических сведений на учебном математическом языке, помимо предметных правил должен отвечать общим требованиям к учебным материалам. Любой учебный материал выполняет одновременно несколько функций: информативную, знаниевую, развивающую, интегративную, познавательную.

Таблица 1.2.

Соответствие между профессиональной деятельностью инженера и учебной математической деятельностью студента технического вуза

Профессиональная деятельность инженера		**Учебная математическая деятельность студента**	
вид	основные составляющие	вид	основные составляющие
1. *Расчетно-проектная деятельность*	- сбор и анализ информационных исходных данных для проектирования; - расчет и проектирование деталей и узлов в соответствии с техническим заданием; - разработка проектной и рабочей технической документации, оформление законченных проектно-конструкторских работ; - проведение предварительного технико-экономического обоснования проектных расчетов и др.	1. *Деятельность по решению задач*	- знание структуры и системы соотношений между изучаемыми математическими понятиями, свойствами, методами; - умение перестраивать и находить новые приемы решения математических задач; - составление математических моделей простейших процессов и явлений; - решение задач в нестандартных ситуациях.
2. *Экспериментально-исследовательская деятельность*	- изучение научно-технической информации, отечественного и зарубежного опыта по тематике исследования; - математическое моделирование процессов и объектов на базе стандартных пакетов автоматизированного проектирования и исследований; - проведение экспериментов по заданной методике и анализ результатов; - проведение измерений и	2. *Деятельность по преобразованию математической информации*	- самостоятельное использование основной и дополнительной математической литературы; - умения пользоваться символьным языком математики; - преобразование словесного и графического материала в математические выражения и обратно, используя связи между математическими материалами; - проведение расчетов в рамках построенной модели исследования и оценивание

	наблюдений, составление описания проводимых исследований, подготовка данных для составления обзоров, отчетов и научных публикаций.		точности расчетов; - использование компьютерных математических программ для решения математических задач.
3. Организационно-управленческая деятельность	- составление технической документации (графиков работ, инструкций, планов, смет, заявок на материалы, оборудование и т. п.), а также установленной отчетности по утвержденным формам; - организация работы малых коллективов исполнителей; - выполнение работ по стандартизации и подготовке к сертификации технических средств, систем, процессов, оборудования и материалов; - подготовка исходных данных для выбора и обоснования научно-технических и организационных решений на основе экономических решений и др.	*3. Деятельность по логическому обоснованию математических выражений*	- построение схематических чертежей к задачам, графиков функций заданных различными способами; - умение логически обосновывать утверждения и выводы; - умения интерпретировать и переформулировать данную математическую модель для последующего исследования.

Поэтому на основе учебных материалов можно осуществить любой вид деятельности обучающихся. Это подтверждают факт, что учебные математические материалы являются оптимальным средством развития необходимых компетенций студентов, в том числе профессионально-математических [166].

Одной из важнейших характеристик изучаемого материала в целом является его информативность. Изучаемый материал будет для читателя информативным лишь в том случае, если читатель готов к его восприятию и изученный материал и сведения в нем каким-то образом подействуют на его поведение [67, с. 24]. Для того чтобы создать условия студентам для усвоения нового учебного материла, необходимо подготовить их к восприятию новой информации и выработать опыт работы с новым математическим материалом.

Еще Г. Г. Гадамер [27] отмечал, что понять материал – значит понять вопрос, с которым ты к нему обращался. Однако, как показывает опыт, на начальном этапе обучения в вузе студенты еще не способны самостоятельно и своевременно конкретизировать задачу по изучению нового материала и разрешить возникшую проблему. Поэтому основная задача преподавателя заключается в подборе учебных задач и создании таких проблемных ситуаций, решая которые, студент не только придет к пониманию изучаемого материала, но и сформирует необходимые приемы работы с учебным математическим материалом. Поэтому важным составляющим звеном учебной деятельности студентов по формированию приемов работы с учебными математическими материалами являются *учебные задания*. Учебные задания и задачи должны ориентировать учебную деятельность студентов на работу с учебным математическим материалом, на формирование приемов по освоению материала в нем содержащегося.

Учебные задачи и их решение на начальном этапе изучения математики

Основное отличие учебной задачи от всяких других задач, согласно Д. Б. Эльконину [177], заключается в том, что ее цель и результат состоят в изменении самого субъекта, а не предметов, с которыми действует субъект. Учебная задача – это проблемная ситуация, с которой сталкивается студент в процессе обучения, т. е. некоторое соотношение нового (что нужно изучить) и известного (уже изученного). В связи с этим, студент должен быть поставлен в ситуацию затруднения, из которого сам должен найти выход.

Изучив общие требования к организации работы с учебными задачами, предложенными Е. И. Машбицом [92, с. 112-113], можно сформулировать требования к системе учебных математических задач, предъявляемых на начальном этапе обучения в техническом вузе.

Во-первых, необходимым требованием является обобщенный характер учебных задач, т. е при решении конкретной математической задачи необходимо формировать умения решать целые классы типовых задач – формировать обобщенные приемы по решению задач.

Во-вторых, для обеспечения достижения не только ближайших учебных целей (изучение данного раздела математики), но и отдаленных целей (формирование профессионально-математических компетенций выпускников) необходимо учитывать специфику будущей профессиональной деятельности обучаемых студентов. Так одной из важнейших процедур, которые будут проводить в своей деятельности инженеры, является математическое моделирование различных технологических процессов и явлений, поэтому использование профессионально ориентированных задач в практике преподавания математики оправдано. Следует помнить, что на начальном этапе изучения математики студенты еще не обладают достаточным уровнем подготовки для формулировки и решения полноценной профессиональной задачи, поэтому учебные математические задачи должны содержать в себе задания на выделение основных свойств объектов, корректную запись сформулированной задачи на математическом языке, интерпретацию решения задачи, что представляет собой начальный этап математического моделирования.

В-третьих, решение многих инженерных задач требует больших и трудоемких математических вычислений, что также откладывает свои требования к учебным математическим заданиям начального этапа изучения математики. Как известно, применение компьютерных математических систем позволяет оптимизировать и значительно облегчить работу по решению многих математических задач.

Наличие мощных внешних средств мыслительной деятельности в любом производственном процессе предъявляет свои требования к специалисту: моделирование технологических процессов с помощью программных пакетов и систем будет занимать существенное место в проведении исследований и экспериментов в инженерной деятельности. При этом грамотное использование компьютерных систем требует не только компетенций в области информационно-коммуникационных технологий, но и определенного понимания содержания предметной области, в которой используется компьютерная система. Известно, что инженерные науки пользуются «математическим языком» для описания реальных явлений, поэтому в основе программных продуктов инженерной деятельности всегда лежит та или иная математическая теория, а для правильного и грамотного использования компьютерных систем необходимо понимание используемой математической теории. Именно «понимание», поскольку владение фактологическими сведениями не дает гарантий в применении математики [144].

Поэтому изучение математики в вузе необходимо ориентировать в русло применения компьютерных средств для решения различных математических задач: на начальном этапе это знакомство студентов с основами логико-алгоритмических принципов математической теории, овладением навыками корректного использования и трактовки математических символов, операций, формул в математической программе и др. Формирование обобщенных способов действий по применению компьютерных математических систем для решения математических задач является еще одной из составляющих профессиональных компетенций студентов технических вузов, важнейшим свойством которых является переносимость сформированных действий в профессиональную деятельность.

В качестве программного продукта, применяемого в обучении, в диссертационном исследовании выбрана математическая система Mathcad. Применение в обучении математической системы Mathcad оправдано: главными достоинствами Mathcad и его колоссальным преимуществом перед другими расчетными средствами являются наглядность программирования задачи, отображение сложных математических выражений в том виде, в каком они обычно записываются на листе бумаги, то есть отсутствие специального языка программирования. Она содержит сотни операторов и встроенных функций для решения различных технических задач: программа позволяет выполнять численные и символьные вычисления, производить операции со скалярными величинами, векторами и матрицами, автоматически переводить одни единицы измерения в другие.

В связи с вышесказанным, компьютерную систему Mathcad целесообразно применять на начальном этапе изучения математики, с целью формирования у студентов навыков для широкого использования программных продуктов в дальнейшем.

Таким образом, при организации учебной деятельности студентов технических направлений к учебным заданиям предъявляются следующие требования:

- обобщенный характер задач, направленных на формирование обобщенных приемов по работе с учебными математическими материалами;
- решение математических задач, которые включают этапы математического моделирования;
- решение задач с использованием математических компьютерных систем.

1. 3. Особенности учебных математических материалов и создание условий для понимания студентами его содержания

Особенности учебных математических материалов

В процессе обучения математике используются различные методы (И. Я. Лернер [85], М. Н. Скаткин [126]): информационно-рецептивные методы, репродуктивные методы, проблемное изложение, эвристический метод;

исследовательский метод. Каждый метод обучения предусматривает определенный вид деятельности преподавателя и обучающегося. Однако реализация любого метода в обучении требует работы с учебной математической информацией: уже известной или новой, неизвестной для обучающихся. Под математической информацией в учебном процессе можно понимать учебный математический материал, который может быть представлен в печатном виде, устном (беседа), видео-лекций, различных анимационных материалов, текстов компьютерных систем и др. Формирование приемов учебно-математической деятельности происходит при работе с учебным материалом, в процессе обработки информации, в нем содержащейся.

Психологами доказано, что лучше всего информацию человек изучает и воспринимает *зрительно* [1, 24, 83, 84 и др.]. Приводится следующее соотношение восприятия информации: 80 % зрительно, 12 % слухом и 8 % за счет других рецепторов. Поэтому с физиологической точки зрения работа с учебным математическим материалом (зрительная информация) для студентов является наиболее благоприятной для усвоения новой учебной информации.

Учебный математический материал освещает те или иные математические понятия, концепции, теоретические положения и их применение в конкретных задачах. Математика как «не простое собрание теорем, а как могучий инструмент познания» в специфической для математики форме отражает действительность, которая представляется в различных математических материалах [90, с. 9]. К некоторым специфическим особенностям математических материалов, характеризующих сущность математической теории в целом, относятся:

1) строгая определенность математических понятий (по объему и содержанию), выражаемая терминологией;
2) связь с реальными объектами действительности через абстракцию;
3) абстрактность всех математических объектов;
4) логические отношения между различными составными частями математического материала;
5) специфическая математическая символика и др.

Использование математического аппарата для решения различных прикладных задач невозможно без понимания перечисленных особенностей, а для их понимания необходима самостоятельная работа с математическими объектами, символами, выражениями и в целом с математическими материалами. Это доказывает, что методику преподавания математики на начальном этапе подготовки бакалавров-инженеров, необходимо ориентировать на формирование у студентов приемов по работе с учебным математическим материалом.

В научно-педагогической литературе представлены работы, посвященные проблемам формирования у учащихся приемов работы с учебными текстами и материалами (Ю. К. Бабанский [11], О. В Бурдюгова [19], Э. Г. Гельфман [31], Г. Г. Граник [35], Л. П. Доблаев [48], Ю. М. Колягин [70], Е. В. Лопаткина [86], Е. Н. Овчинникова [104], А. Г. Подстригич [114], К. С Поторочина [116], Т. Б. Ципляева [172], А. Я. Хинчин [157] и др.). Исследователями доказывается исключительная важность и необходимость развития у обучающихся приемов работы с текстом и учебными материалами. Отмечается, что неумение работать с текстом и учебными материалами ведет к функциональной неграмотности – неспособности человека как воспринимать информацию, представленную в виде текста, так и излагать свои мысли в письменном виде.

В силу специфики математических материалов приемы работы с учебным материалом представляют особую важность, поскольку без них затруднительно говорить о возможности выполнения действий по математическому моделированию, необходимому выпускнику технического вуза. А. Я. Хинчин отмечал, что успешное изучение математических дисциплин напрямую связано с развитием у учащихся приемов работы с учебным материалом: «Учащийся, не привыкший еще относиться с достаточной требовательностью к точности устной речи и письменного изложения, очень быстро убедится на собственном опыте, что несоблюдение безукоризненной точности символической записи математических фактов влечет за собою немедленную расплату: он сам теряет возможность понять смысл написанного, вынужден гадать, угадывать неверно и либо получает неправильный ответ, либо вообще лишает себя возможности решить задачу» [157, с. 144].

Умение работать с учебниками и учебными материалами учащиеся должны обрести еще в школе. Но как показывает опыт работы в вузе и научно-педагогические исследования в данной области, по различным обстоятельствам (методическим, социальным, региональным и др.) не всегда происходит эффективное и целенаправленное освоение школьниками приемов работы с книгой и учебным материалом.

Большинство исследований, касающихся проблем работы с учебными материалами, ориентированы на работу со школьными учебниками и на формирование умений работы с учебными материалами учащихся школьного возраста (Г. Г. Граник [35], С. М. Бондаренко [35], О. В Бурдюгова [19], Ю. Н. Ковшова [67], Е. В. Лопаткина [86], А. Г Подстригич [114] и др.). Результат же сформированных умений самостоятельной работы с учебным материалом, в том числе и математическим, проявляется в большей степени в вузе, т. к. 1) в вузе кратно возрастает объем изучаемого материала; 2) значительная часть материала отводится на самостоятельное изучение студентов; 3) неотъемлемая часть вузовского обучения – научно-исследовательская работа студента – не может быть реализована без самостоятельной работы с учебным материалом.

В этой связи важно отыскать в обучении приемы и методы, позволяющие на начальном этапе обучения сформировать и развивать (иногда скорректировать) у студентов приемы работы с учебным математическим материалом.

Учебный материал по математике может иметь разнообразные вариации: текст учебника, устный рассказ, рукописный текст (конспект), видео-уроки, специальные программные продукты по математике и др. И они представляются на *математическом языке*.

Математический язык, писал А. А. Столяр, является результатом усовершенствования естественного языка по различным направлениям: устранению громоздкости, его двусмысленности, расширению его выразительных возможностей [141, с. 214]. Данные особенности определяют математический язык как универсальный язык, на котором можно сформулировать и (самое важное) решить множество задач, возникающих в деятельности человека, в том числе в инженерной области. Исходя из особенностей профессиональной деятельности инженеров, можно выделить следующие аспекты математического языка, которые с одной стороны отвечают общей структуре математики, а с другой ценны для применения ее инженерной деятельности:

1) однозначность трактовок математических терминов;

2) прикладной характер математических понятий;

3) интерпретируемость терминов в соответствии с уровнями абстрактности заимствованных понятий;

4) формально-логические связи в построении предложений (логически верные выводы);

5) формализованность математических записей (через формулы, специальную символику) и т. д.

При изучении математики студентами технических направлений необходимо сделать акцент на перечисленные особенности математического материала.

Формализованный математический язык включает в себя символы абстрактных конструкций, понятий и отношений между ними, элементы логического аппарата и др. Нужно заметить, что учить математике студентов первого курса технических вузов с использованием формализованного математического языка (особенно на начальном этапе обучения) не является приемлемым. В связи с чем, для учебного познания математический формализованный язык трансформируется в учебный математический язык, понятный студенту. И это осуществляется средствами учебного материала.

В диссертационном исследовании А. Г. Подстригич [114, с. 47] учебный текст понимается как объединенная смысловая связь последовательности знаковых единиц, основными свойствами которой являются целостность, целевая содержательная направленность, коммуникативная направленность на адресата и наличие определенного дидактического назначения. Другими словами, учебный текст – это не простой набор текстовой информации, а сложная структура, к которой необходимо предъявлять важные требования.

В педагогических исследованиях выделяют несколько определений *учебного текста*. Т. Б. Ципляева определяет учебный текст как завершенное смысловое изложение в устной или письменной форме, используемое для достижения методической цели [172, с. 55].

В большей степени *учебный текст* представлен в учебниках. Поэтому, например, И. Д. Пехлецкий под учебным математическим текстом понимает законченный по смыслу отрывок учебника по математике [108, с. 11]. Применительно к школьной математике в качестве средства формирования приемов работы с математическими материалами рассматриваются учебно-методические комплекты, которые включают в себя учебник, рабочую тетрадь, сборник контрольных и самостоятельных работ и др. При этом состав учебно-методических комплектов представлен учебными материалами одного типа, что проявляется как во внешнем виде (все компоненты материалов по структуре организованы одинаково), так же в стиле и способе подачи информации (использовании единой терминологии, единой символики и т. д.). Использование в школьном обучении учебно-методических комплектов необходимо для создания благоприятных условий по усвоению школьником учебного материала.

В отличие от школы, учебный математический материал для студентов чаще всего представлен не в одном учебнике или пособии, а сразу в нескольких источниках: учебники и учебные пособия по изучаемому разделу; текст лекций, читаемых преподавателем, и тексты практических занятий, записанных самим студентом; методические разработки преподавателя; различные интернет-ресурсы и сервисы и др. В таком виде каждый учебный математический материал имеет свои особенности, как во внешнем представлении, так и в обозначениях, символике, оперируемых понятиях, уровнях абстракций и т. д. Поэтому студент находится в информационном поле, которое существенно отличается от школьного уровня. Вместе с тем, использование в вузе множества различных источников учебной информации оправдано, т. к. обучение в вузе – это подготовка к будущей профессиональной деятельности, в которой готовых математических материалов, необходимых для решения актуальных профессиональных задач, нет, их необходимо находить и изучать самостоятельно.

Таким образом, сформулируем следующее определение учебного математического материала в контексте нашего исследования и в рамках преподавания математики в техническом вузе. У*чебный математический материал* – это логически завершенная часть письменного или устного текста, описывающая математические понятия (объект или теорию) на учебном математическом языке, целью которой является создание условий для понимания смысла, заложенного в материал информации (идей, методов, понятий и др.).

Проблема понимания учащимися учебного материала в методической литературе раскрыта с разных позиций. Л. П. Доблаев, рассматривая составляющие смысловой структуры учебного текста для решения проблемы его понимания, выделяет, что учебный текст должен быть не просто «источником готовых знаний, подлежащих запоминанию», а прежде всего, «источником познавательных задач или проблем» [116, с. 77]. Для организации учебного процесса студентов первого курса приведенное положение особенно важно, поскольку только лишь в активной деятельности могут быть развиты необходимые компетенции учащегося.

Можно заметить, что объективно имеющееся многообразие учебных математических материалов, предоставленных студенту в информационном поле обучающей среды, наталкивает на создание педагогических условий, в которых работа по освоению математического материала проводилась бы с параллельным использованием нескольких различных учебных математических материалов.

Можно выделить следующие преимущества изучения математических разделов с использованием нескольких учебных материалов:

- изучение различных форм подачи учебной информации по математике поможет увидеть студентам различную символику, терминологию одних и тех же математических объектов;

- работа с различными математическими материалами, их реконструкция, сопоставление, разъяснение каждого структурного элемента текста и его смысловой нагрузки позволят сформировать у студентов приемы работы с математическими материалами.

Одной из особенностей процесса понимания выделяется «ненасыщаемость». А. И. Уайтхед так указывает на это обстоятельство: «… понимание никогда не представляет собой завершенного состояния, … оно всегда имеет характер процесса проникновения – неполного и частичного» [153, с. 371]. И добавляет, что если вещь составная, то «понимание ее может заключаться в указании на составляющие ее факторы, а также на способы их переплетения» [153, с. 373]. Можно перефразировать данное утверждение и заключить, что понимание в обучении – это процесс установления связей между понятиями, о которых идет речь в изучаемом материале. Именно эта трактовка применительно к пониманию математики в обучении устоялась в методических теориях [47, 88, 135 и др.]. В этой связи организация работы с учебными математическими материалами определяется приоритетами по установлению взаимосвязей (отношений) между составляющими математического материала, способами их переплетения, т. е. созданием условий для выполнения содержательного анализа учебного математического материала. Содержательный анализ учебного математического материала предполагает выделение в учебном материале составляющих и определение способа их взаимосвязи между собой, с целью освоения учебного материала, который в нем содержится.

Все сказанное является особенно важным на начальном этапе изучения математики в вузе, так как проведение содержательного анализа учебного математического материала необходимо для дальнейшего самостоятельного изучения математических разделов и дисциплин профессионального цикла, в которых математика играет значительную роль.

Образовательные стандарты высшего образования отводят значительную долю трудоемкости по освоению образовательной программы на самостоятельное изучение учебного материала студентами. Тем самым в организации учебной деятельности студентов признается приоритет самостоятельной работы. Для реализации данной стратегии в процессе подготовки в вузе важно на начальном этапе запустить механизм освоения приёмов познавательной деятельности, «научить умению учиться». Это оптимизирует всю дальнейшую траекторию обучения.

Исходя из особенностей учебного математического материала, общих приемов по работе с учебным материалом, основных составляющих учебной деятельности студентов, можем выделить умения по выполнению содержательного анализа учебного математического материала. В частности, к ним относим следующие умения:

- определение структуры компонентов содержания материала (дефиниции, теоремы, доказательства, алгоритмы и др.),
- запись составляющих учебного материала с помощью математической символики;
- выделение существенных признаков изучаемых понятий;
- установление соотношений (логических и смысловых) между изучаемыми фактологическими сведениями;
- построение цепочек обобщения (понятий, примеров, способов решения задач и т.п.);
- приведение примеров и контрпримеров (математических понятий, конструкций и т. д.);
- визуализация математических соотношений с помощью прикладных программных продуктов.

Специфика алгебры в курсе математики для студентов технических вузов

Учебные материалы по разным разделам математики имеют свои специфические особенности. Поэтому, изучив нормативные документы высшего профессионального образования, выделим раздел математики, наиболее подходящий определенным целям начальной математической подготовки – формированию умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материла.

Изучив методическую литературу к Федеральным государственным образовательным стандартам высшего образования, можно заключить, что учебная программа математических дисциплин в образовательной области «Техника и технология» может включать в себя следующие разделы (Таблица 1.3).

Таблица 1. 3.

Содержание программы математических дисциплин

№№	Дисциплина	Семестр	Трудоемкость (в зач.ед)
	Базовая часть		
1	Линейная алгебра и аналитическая геометрия	1,2	5
2	Математический анализ	1-3	12
3	Дифференциальные уравнения	3	3
4	Дискретная математика	2	2
5	Теория вероятностей и математическая статистика	4	5
6	Методы оптимизации	5	2
7	Основы теории функций комплексного переменного	4	3
8	Численные методы	2-4	3

В опыте работы технических вузов изучение разделов математики отличается: в некоторых вузах изучение математики начинают с элементов математического анализа, в других – линейной алгебры или дискретной математики и др.

На основании ФГОС ВО направления «Нефтегазовое дело» и учебного плана на кафедре высшей математики ФГБОУ ВО «Ухтинского государственного технического университета» была составлена и апробирована учебная программа дисциплины «Математика» для данного направления по профилям подготовки «Бурение нефтяных и газовых скважин», «Эксплуатация и обслуживание объектов добычи нефти», «Сооружение и ремонт газонефтепроводов и газонефтехранилищ», «Эксплуатация и обслуживание объектов транспорта и хранения нефти, газа и продуктов переработки», «Эксплуатация и обслуживание объектов добычи газа, газоконденсата и подземных хранилищ».

Согласно составленной учебной программе студентам первого курса в первом семестре необходимо изучить следующие разделы: «Линейная алгебра», «Векторная алгебра», «Комплексные числа», «Аналитическая геометрия», «Начала математического анализа». На аудиторные занятия отводится 68 часов. Из них 34 часа составляют лекции и 34 часа практические занятия. На внеаудиторную самостоятельную работу отводится 76 часов.

По нашему мнению изучение математики необходимо начинать с алгебраических разделов («Линейная алгебра», «Векторная алгебра», «Комплексные числа»), т. к. данные разделы обладают некоторыми преимуществами перед другими. В частности, выделим особенности раздела «Линейная алгебра». Представленные особенности, можно в полной мере отнести и к остальным разделам алгебраического цикла.

Математические понятия, представленные в этом разделе (матрицы, определители, системы уравнений) в технических приложениях применяются чаще всего как средство решения инженерных задач. Можно заметить, что инженерные задачи, поставленные с применением аппарата линейной алгебры, почти не встречаются. Понятия данного раздела являются вычислительным блоком при реализации технической задачи (Приложение 1).

Содержание раздела линейной алгебры в учебной программе для студентов направления «Нефтегазовое дело» соответствует программе математических дисциплин в образовательной области «Техника и технология» и содержит следующие темы. «Определители n-го порядка и их свойства. Разложение определителя». «Решение систем n линейных алгебраических уравнений с n неизвестными по правилу Крамера». «Матрицы и действия над ними. Обратная матрица. Решение матричных уравнений». «Ранг матрицы. Теорема о ранге. Вычисление ранга матрицы. Совместность систем линейных алгебраических уравнений. Теорема Кронекера-Капелли». «Решение систем линейных алгебраических уравнений методом Гаусса». «Однородная и неоднородная системы. Фундаментальная система решений».

Для студентов первого курса технического вуза, рассматриваемый раздел является обобщением общих школьных операций и является наиболее прозрачным в общих принципах математики (арифметические действия над матрицами, вычисление определителей, решение уравнений и др.). Выполнение соответствующих действий интуитивно понятно студентам и вызывают у них чувство успешности, что является необходимым условием поддержания познавательного мотива.

Практика преподавания математики в техническом вузе показывает, что учебно-математическая деятельность на начальном этапе обучения в вузе обусловлена понятиями школьной математики, которые по своему составу близки к понятиям линейной алгебры. В то же время раздел «Линейная алгебра» имеет усложнения в содержании: усложнение объектов и связанное с этим выполнение более громоздких арифметических действий над ними; многосоставность процедур (в вычислении определителей разных порядков, при решении систем линейных уравнений методом Крамера и др.); усиление логико-математического аппарата.

В целом, в рассматриваемом разделе исследуются действия, аналогичные сложению, вычитанию, умножению, делению (основные арифметические операции), выполнимые не только над числами, но и над другими математическими объектами: многочленами, векторами, матрицами (в связи с этим алгебру рассматривают как учение об операциях над любыми математическими объектами самой различной природы, формирующими общие понятия и методы для всей математики [77]).

Все перечисленные особенности алгебраического материала дают основание считать данный раздел наиболее подходящим для начального этапа обучения в вузе и формирования приемов содержательного анализа учебного математического материала.

Выводы по главе 1

В первой главе диссертационного исследования получены следующие выводы:

1. Установлено, что основной целью высшего технического образования является подготовка квалифицированного и компетентного инженера, готового к работе в условиях возрастающей конкуренции на рынке труда. Формирование профессиональной компетентности будущего инженера происходит в процессе изучения всех учебных дисциплин, в том числе и при изучении математики. Математика для инженеров является инструментом для описания технических процессов, т. к. инженерные науки пользуются математикой для моделирования ситуаций в производстве, для проведения расчетов, прогнозирования технологических результатов. Для инженеров математика ценна как язык, на котором можно сформулировать и решить свои профессиональные задачи, поэтому качественное усвоение математических методов, законов и понятий является неотъемлемой частью подготовки квалифицированных бакалавров-инженеров, которые будут применять математические методы для решения важных профессиональных задач. В ходе проведенного исследования пришли к выводу, что к основным составляющим профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров можно отнести следующие:

- базовые составляющие профессионально-математических компетенций (знание некоторого набора изучаемых математических фактов);

- математико-технологические составляющие профессионально-математических компетенций (умения формулировать, решать и интерпретировать прикладную задачу средствами математики);

- экспериментально-исследовательские составляющие профессионально-математических компетенций (умения использовать математические теории в инженерных расчетах).

2. Обосновано, что начальный этап обучения имеет большое значение для всего последующего периода обучения в вузе. В связи с имеющимися трудностями изучения математики студентами на начальном этапе было

определено, что многие проблемы с изучением математики и других дисциплин связаны с неспособностью студентов организовать самостоятельную работу с учебными материалами. Для решения этой проблемы, с учетом компетентностного подхода к образованию, был сделан вывод о том, что учебную математическую деятельность на начальном этапе обучения необходимо направить в русло формирования у студентов умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала, которые отвечают приемам, применяемым в будущей профессиональной деятельности инженера. В частности, к ним относим следующие умения: определение структуры компонентов содержания материала (дефиниции, теоремы, доказательства, алгоритмы и др.), запись составляющих учебного материала с помощью математической символики; выделение существенных признаков изучаемых понятий; построение цепочек обобщения (понятий, примеров, способов решения задач и т.п.); приведение примеров и контпримеров (математических понятий, конструкций и т. д.); визуализация математических соотношений с помощью прикладных программных продуктов.

3. В контексте решения задач начального этапа изучения математики в вузе (формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного математического) изучение математики в вузе автор предлагает начинать с раздела «Линейная алгебра». Перед другими математическими разделами линейная алгебра имеет преимущества для обучения содержательному анализу, состоящие в прозрачности применяемых методов; выраженностью логико-математического аппарата (одношаговый переход от словестной к символьной формулировке математических фактов); сходством со школьной математикой по уровню абстрактности изучаемых понятий в некотором усложнении математических объектов и связанное с этим выполнение более громоздких по вычислениям арифметических действий и многосоставность процедур, обусловленных спецификой формул.

ГЛАВА 2. МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ СОДЕРЖАТЕЛЬНОМУ АНАЛИЗУ МАТЕМАТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА ПРИ ИЗУЧЕНИИ АЛГЕБРЫ В ТЕХНИЧЕСКОМ ВУЗЕ

В данной главе описана модель организации учебной деятельности студентов, направленной на формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала, выделены основные этапы их формирования, описаны принципы обучения, которым должна отвечать предлагаемая модель, сформулированы требования к учебным заданиям, проведен анализ результатов экспериментальной проверки.

2. 1. Основные методические положения по организации учебной математической деятельности студентов на начальном этапе обучения в техническом вузе

Образовательные стандарты высшего образования отводят значительную долю трудоемкости по освоению образовательной программы на самостоятельное изучение учебного материала студентами. Тем самым в организации учебной деятельности студентов признается приоритет самостоятельной работы студентов. Для реализации данной стратегии в процессе подготовки в вузе важно на начальном этапе запустить механизм освоения приёмов познавательной деятельности, «научить умению учиться». Это оптимизирует всю дальнейшую траекторию обучения.

Анализ опыта работы преподавателей-математиков, результатов обучения студентов показал, что в современной ситуации, сложившейся в системе технического образования, студенты на начальном этапе вузовской подготовки имеют невысокий уровень готовности к пониманию учебного математического материала, поэтому организация самостоятельного изучения материала по математике практически не реализуется. Студенты нуждаются в специальном обучении приемам работы с учебным математическим материалом.

В связи с этим становится важно правильно определить методические установки начального этапа изучения математики, позволяющие продуктивно осуществить формирование ПМК в дальнейшей вузовской подготовке.

Необходимым условием успешного освоения методами математического моделирования является владение студентами приемами математической учебно-познавательной деятельности. В частности, к указанным приемам относятся умения по выполнению содержательного анализа учебного математического материала (УВСА), направленного на понимание смысла изучаемого (В.А. Далингер [44], О. Б. Епишева [51], Е. И. Лященко [81, 88], О. А. Сотникова [88] и др.). Формирование указанных приемов (УВСА) нацелено на глубинное понимание материала студентами, при котором знания по математике становятся готовыми не только к воспроизведению, но и воспроизводству. Вместе с тем, указанные приемы являются основой для развития умений по самостоятельному изучению математического материала, необходимому для дальнейшего самообразования и применения математического аппарата при изучении профессиональных дисциплин.

К умениям по выполнению содержательного анализа учебного математического материала можно отнести следующие умения (необходимость владения студентами данными умениями обоснована в параграфе 1.3. данного исследования):

- определение структуры компонентов содержания материала (дефиниции, теоремы, доказательства, алгоритмы и др.),
- запись их с помощью математической символики;
- выделение существенных признаков понятий;
- установление соотношений (логических и смысловых) между фактологическими сведениями;
- построение цепочек обобщения (понятий, примеров, способов решения задач и т.п.);

- приведение примеров и контрпримеров (математических понятий, конструкций и т. д.);

- визуализация математических соотношений с помощью прикладных программных продуктов.

Выделенные умения по работе с математическим материалом необходимы студентам на протяжении всего обучения в вузе и дальнейшего самообразования и повышения квалификации. Формирование их на начальном этапе обучения в вузе является важной задачей, так как полученные умения необходимы для дальнейшего изучения математики.

Работа с учебным математическим материалом может быть направлена на достижение разных результатов обучения математике:

- запоминанию (формул, определений, теорем и т. д.);

- выделению теории (формулировок, доказательств) и практики (примеров);

- распознаванию и классификации (алгоритмов и правил решения задач, применения формул) и др.

Достижение любого результата по принципам личностно-деятельностного подхода (И. А. Зимняя [57], В. В. Леонтьев [84], И. С. Якиманская [178] и др.) возможно только при выполнении определенного вида деятельности *самим* студентом. На начальном этапе изучения математики, который связан с изучением алгебраического материала, вид деятельности студентов с учебным материалом определяются спецификой содержательных связей алгебраических абстракций и соответствуют приемам учебно-математического познания:

- операции по модельному представлению числовых соотношений и количественных данных (моделирование);

- операции по выделению функциональных соответствий, записи свойств алгебраических операций на множестве в обобщенном виде (абстрагирование);

- приведение примеров, иллюстрирующих соотношения алгебраических понятий (интерпретация);

- перевод соотношений алгебраических понятий в другие обозначения, через другие примеры и обоснования (рефлексия);

- раскрытие объема алгебраического понятия и приведение примеров по его содержанию (конкретизация);

- отыскание закономерностей в выполнимости алгебраических операций, связей между их свойствами (обобщение).

Поэтому приемы по работе с учебным математическим материалом в этой трактовке соответствуют операционному составу математической деятельности, процессуальной составляющей понимания линейной алгебры. Эта позиция согласуется с концепцией раскрытия содержательных связей в алгебраическом материале [139] и отображает особенности математической и интеллектуальной деятельности (Г. Вейль [21], Б. В. Гнеденко [34], М. Клайн [66], Л. Д. Кудрявцев [78] и др.).

Отсюда вытекает общее положение организации учебной деятельности студентов технических вузов. Оно состоит в том, что формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала студентами технического вуза на начальном этапе необходимо рассматривать с позиций решения задачи по формированию обобщенных приемов учебно-математического познания и должно давать предпосылку к формированию профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров. При этом указанные умения должны соответствовать приемам познания математического содержания, что необходимо для дальнейшего качественного изучения математических разделов, самостоятельной работы студентов с учебным математическим материалом [133].

Содержание математических понятий невозможно понять без знания структуры компонентов математического содержания (определений, теорем, свойств, примеров и др.) и логико-математических принципов, как отправной точки учебно-математического познания. Это подчеркивается многими методистами высшего образования (В. И. Игошин [61], Л. Д. Кудрявцев [78], А. Х. Назиев [100], А. А. Столяр [141] и др.). Поэтому, студенту на начальном этапе обучения в вузе необходимо создать условия, которые позволяли бы понять методологический смысл математических компонентов. Поэтому в содержание обучения математике на начальном этапе подготовки в нужно включить методологические знания о компонентах содержания учебного математического материала и основных логико-математических принципах (использование кванторных связок, логических выводов и др.). Заметим, что традиционное изучение математики в техническом вузе не предусматривает рассмотрение названных вопросов [133].

Мы предполагаем, что усвоение логических норм и правил будет возможно при специальной организации деятельности студентов по решению задач на логико-ориентирующую работу. Обязательным элементом такой организации становится сообщение студентам основных методологических знаний о составляющих учебного математического материала на понятийном уровне, т. е. разъяснение таких понятий как «определение», «теорема», «аксиома», «следствие», «алгоритм», «пример» и т. п., а также рассмотрение логических кванторов, способов конструирования определений, теорем, логических принципов следования и т. д.

Следует отметить, что в содержание основной образовательной программы по направлениям технических вузов, как правило, включаются разделы математической логики. Они почти всегда рассматривается в курсе информатики. Хотя это и изучается на начальном этапе профессиональной подготовки, но (в силу особенностей студенческого возраста) понятийность, раскрытая в курсе информатики, не переносится студентами на математическое содержание. В этом убеждает как собственный опыт работы, так и практика преподавания в других технических вузах.

Для того чтобы исключить дублирование материала (логического раздела в курсе математики и информатики технического вуза), целесообразно использовать второй путь логико-методологической подготовки студентов, предполагающий, что основные методологические знания (определения, теоремы, доказательства и т. д.) и логические принципы необходимо раскрывать на математическом содержании. Для этой цели содержание линейной алгебры имеет наиболее благоприятную «среду» в силу своих особенностей:

- имеются все основные виды определений (родо-видовые дизъюнктивные и конъюнктивные, конструктивные, неявные и т. п.);

- имеется возможность в доступной форме записывать формулировки определений и теорем с использованием математической символики;

- сходность структуры основных компонентов содержания со структурой основных компонентов содержания школьного курса математики;

- соответствие состава действий по выполнению алгебраических операций «школьному» составу математических действий.

В этой связи включение методологических знаний о компонентах математического содержания и логические принципы построения теории следует рассматривать не как дополнительный учебный материал, а как средство организации учебно-математической деятельности студентов. Другими словами, эти знания должны не столько «сообщаться» (транслироваться, предоставляться) студенту, сколько «раскрываться» (иллюстрироваться) на конкретном содержании.

Технология реализации методики, направленной на формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала, может быть различной. Разрабатывая конкретную технологию, необходимо иметь в виду следующие обстоятельства, соотносимые с составом учебной математической деятельности на начальном этапе изучения линейной алгебры.

Начало продуктивной учебной деятельности во многом определяется уровнем *познавательной мотивации*. Проблема формирования положительной мотивации студентов к изучению математики и к работе с учебным математическим материалом, в учебной практике может быть решена разными способами. Возможными приемами реализации этого этапа могут быть мотивирующие условия следующего содержания: через профессионально-ориентированную задачу (т. е. предложить задачу профессионального содержания, для решения которой необходимо изучение понятий, представленных в математическом материале); через ценностную установку (например, сделать акцент на необходимость изучения представленных разделов для применения их в следующих разделах математики и других базовых предметах (физики, химии), а также дисциплинах по выбранному направлению подготовки и т. д.); через внешнюю мотивацию (например, стимулирование с помощью рейтинговых баллов для получения лучшей итоговой оценки по данной дисциплине) и другие.

Большинство методистов-математиков и математиков-преподавателей (Л. Д. Кудрявцев [78], А. Д. Мышкис [15], А. Г. Мордкович [99], Г. И. Саранцев [122] и др.) подчеркивают, что профессионально-ориентированные задачи выступают достаточно сильным мотивом учебной деятельности. Однако формулировка профессионально-ориентированных задач на начальном этапе обучения в техническом вузе весьма затруднительна, так как студенты еще не имеют опыта оперирования профессиональными понятиями, знание которых необходимо для математического моделирования условий задачи и интерпретации полученных результатов. Методика использования профессионально-ориентированных задач наиболее уместна на следующих этапах изучения математики. Следует отметить, что решение таких задач базируется на владении студентами умениями по выполнению содержательного анализа учебного математического материала и приемами математического моделирования.

На начальном этапе ведущим мотивационным приемом выступает ценностно-ориентированные действия в сочетании с разумной внешней мотивацией. Так во многих нефтегазовых вузах действует балльно-рейтинговая система оценки знаний студентов. В педагогической теории и в опыте работы со студентами установлено, что получение рейтинговых баллов является для студентов стимулом к активной деятельности.

Говоря о ценностной составляющей мотивации, специалисты в области педагогики отмечают их большую значимость для развития личности, так В. Франкл выразил это следующим образом: если потребности толкают нас, то ценности притягивают [155]. Начальный этап подготовки в вузе характерен тем, что ценность для студента в большей степени отождествляется с самовыражением, осознанием собственной значимости и «могущества» (В. К. Лосева [87], А. И. Луньков [87], М. А. Холодная [169] и др.). А «могущество» (от слова «могу») тем больше осознается, чем больше студенту удается выполнить самому. В этой связи в основу одного из важных конструктивных методических положений следует взять включение «посильных» (понятных, «прозрачных») задач, достижимых целей занятия для студента. С психологической точки зрения данное обстоятельство Я. И. Груденов обосновывает в виде закона учебного процесса: если учебная деятельность выполняется путем активных мыслительных усилий и при этом достигается отчетливое понимание изучаемого материала или решаемой задачи, то такая деятельность становится для учащегося все более интересной и привлекательной [39, с. 50]. И в этом плане весьма удобным представляется материал линейной алгебры в силу его особенностей: близость к уровню школьной математики, возможность наглядно-образного представления, определенная прозрачность методов.

При формировании умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала большое значение имеет состав и структура учебных математических материалов, используемых в практике преподавания математики. На начальном этапе изучения математики, применяемые материалы требуют специальной структуризации. Специфика структуризации определяется, в том числе, первым общим положением организации учебной деятельности студентов, т. е. она должна быть нацелена на формирование приемов математического моделирования, абстрагирования, интерпретации и т. д.

Поскольку большинство приемов учебно-математического познания базируется на выделении общего и конкретного, то в содержание обучения необходимо включать материалы, отличающиеся друг от друга, например, уровнем формализации, внешним представлением, но в то же время сообщающие об одном и том же (понятии, теореме, алгоритме и др.). Этот прием называется «дуальной подачей» материала. Суть его заключается в создании условий, при которых студент для изучения какого-либо вопроса обращается к различным фрагментам учебного материала, который сообщает об одном и том же математическом факте.

Практика использования учебных математических материалов при изучении математики показывает, что использование большого количества (больше трех) учебных материалов на занятиях не целесообразно, т. к. это потребует больших временных затрат аудиторных занятий, а также требует от студентов способностей сосредоточения на множестве объектов, чем студенты первого курса еще не обладают в достаточной мере.

Таким образом, чтобы возможно было охватить различные формы подачи математической информации, рекомендуется использовать в учебном процессе не более трех различных учебных фрагментов. Для того чтобы дуальная подача материала решала задачу формирования умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала, необходимо, чтобы фрагменты учебных математических материалов удовлетворяли следующим требованиям:

- учебные материалы должны сообщать об одном и том же математическом объекте (понятии, методе, алгоритме, модели и др.);

- учебные материалы должны иметь различное представление (на разных уровнях абстракции, с использованием различных символик, обозначений, примеров и т. д.);

- объем информации в учебных материалах должен быть достаточен для решения поставленных перед студентами учебных задач по освоению материала;

- учебные задания по работе с учебными материалами должны быть ориентированы на сопоставление представленных фрагментов.

Данные требования вытекают из специфики учебно-познавательной деятельности и дидактических принципов обучения (наглядность, посильность, системность, научность и др.). Конкретные приемы дуальной подачи материала будут представлены в п. 2.2. и 2.3.

Применение компьютерных технологий в современном обществе и производстве предъявляет свои требования к подготовке квалифицированных выпускников. Обучение математики может способствовать формированию необходимых для этого компетенций. Поэтому еще одной задачей математической подготовки студентов технических вузов является подготовка к использованию компьютерных систем при решении математических задач. Не нужно забывать, что грамотное применение компьютера и компьютерных средств и технологий предполагает не только знаний в области информационно-коммуникационных технологий, но и понимания предметной области, в которой используется компьютерная система [115].

Так при использовании любой математической компьютерной программы необходимо понимание математики. В этой связи обучение математике в техническом вузе, начиная с первых занятий по математике, следует рассматривать также под призмой формирования инструментального состава действий применения математических компьютерных систем для решения задач. Поэтому организацию учебной деятельности студентов следует рассматривать с позиции использования математических компьютерных программных продуктов. В качестве такого программного продукта может быть выбрана система Mathcad, которая в сравнении с другими математическими компьютерными системами обладает наибольшей универсальностью. Применение системы Mathcad в обучении на начальном этапе математической подготовки позволит познакомить студентов с основными возможностями системы, что будет являться хорошим базисом для использования данной системы на старших курсах уже для решения математических задач, которые будут возникать при изучении профессиональных дисциплин. В поддержку организации самостоятельной работы студентов удобной формой являются дистанционные образовательные технологии. В настоящее время для студентов данный вид образовательных технологий является привычным, удобным и наглядным средством организации самостоятельной работы. Во многих учебных заведениях, в том числе в Ухтинском государственном техническом университете, применяются дистанционные образовательные технологии, как отдельная форма обучения, так и для поддержания существующих форм обучения очной и заочной. Данная форма организации учебного процесса позволяет сэкономить время аудиторных занятий и эффективно организовать работу студентов по изучению тем для самостоятельной работы.

Таким образом, третье конструктивное методическое положение состоит в том, что одним из условий организации учебной деятельности студентов является такое использование математических компьютерных программных средств, при котором формируется инструментальный состав учебно-математического познания.

Обоснованные методические положения обучения математике на начальном этапе позволяют сформировать основные положения формирования профессионально-математических компетенций студентов технических вузов, представленные на рисунке 2. 1.

Рисунок 2.1 – Основные положения формирования профессионально-математических компетенций студентов технических вузов

Таким образом, формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного материала студентами технического вуза на начальном этапе обучения должно базироваться на следующих основных принципах.

1. *Методологизация содержания обучения.* Данный принцип заключается в том, что в содержание обучения математике на начальном этапе подготовки в техническом вузе необходимо включить методологические знания (знания о компонентах математического материала: определениях, аксиомах, теоремах, алгоритмах, свойствах математических объектов и др.), в том числе основные логико-математические принципы (построения математических теорий, использования кванторных связок, логических выводов и др.).

2. *Направленность на структуризацию компонентов математического материала*. Согласно этому принципу, учебная деятельность студентов должна быть направлена на работу с учебным материалом, включающую иллюстрацию учебного материала с элементами визуализации (в т. ч. с использованием компьютерных математических систем), схематизация компонентов содержания (определений, теорем, доказательств и др.), алгоритмизация (построение способов решения), сопоставление (понятий, примеров, трактовок и т. д.).

3. *Приоритетность учебных действий по установлению содержательных связей.* Данный принцип ориентирует на выбор способов организации учебной деятельности студентов, в которой их учебные действия направлены на установление соотношений в математическом материале, определение структуры компонентов содержания материала, выделение существенных признаков понятий, установление соотношений между фактологическими сведениями, построение цепочек обобщения, приведение примеров, использование аналогий, преемственность с ранее изученным материалом. Все это необходимо «раскрывать» на конкретном математическом материале с последующим обобщением.

Указанные дидактические принципы на начальном этапе обучения в вузе характеризуют представленную на рисунке 2.2 модель организации учебной деятельности студентов, направленной на формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного материала на начальном этапе изучения математики в техническом вузе.

Рисунок 2.2 – Модель организации учебной деятельности студентов, направленной на выполнение содержательного анализа учебного математического материала

2. 2. Требования к алгебраическому материалу, использование которого способствует развитию умений по выполнению содержательного анализа

При формировании умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала большое значение имеет состав и структура учебных математических материалов, используемых в практике преподавания математики. Специфика структуризации применяемых учебных материалов определяется, в том числе, положениями организации учебной деятельности студентов, т. е. она должна быть направлена на формирование приемов математического моделирования, абстрагирования, интерпретации, необходимого для применения методов математики в инженерных задачах.

В предыдущей главе обосновали, что начальный этап изучения математики студентами технических вузов целесообразно связывать с разделом «Линейная алгебра». Это связано с особенностями данного раздела, состоящими в прозрачности применяемых методов; выраженностью логико-математического аппарата (одношаговый переход от словестной к символьной формулировке математических фактов); сходством со школьной математикой по уровню абстрактности изучаемых понятий в некотором усложнении математических объектов и связанное с этим выполнение более громоздких по вычислениям арифметических действий и многосоставность процедур, обусловленных спецификой формул. В связи с этим организация учебной деятельности студентов технических вузов будет направлена на изучение материалов данного раздела. Учебный математический материал по данному разделу отвечает требованиям, предъявляемым ко всем учебным математическим материалам.

Содержание учебного математического материала зависит от целей, которые ставит перед собой обучение, поэтому, в учебный материал включается большая описательная составляющая: комментарии, примеры и контрпримеры ссылки и необходимые сведения из ранее изученного материала, схемы и т. д.

В этой связи, можно заметить, что учебный математический материал состоит из следующих частей, которые представлены в виде:

1) предметной части: формулировки определений; формулировки и доказательства теорем; формулировки и доказательства свойств; инженерные интерпретации математических понятий, структур и др.;

2) разъяснительной части: исторические справки; наглядные и подробные примеры решения типовых математических задач; комментарии к изучаемым понятиям; описание алгоритмов решения типовых задач; обобщающие схемы и др.

Предметная часть учебного математического материала в силу ярко выраженных правил строгой логики, применяемых к абстрактным понятиям, является наиболее трудной для студентов, которые не имеют достаточного опыта работы с таким материалом. Поэтому основной целью разъяснительной части учебного материала является интерпретация формализованного текста на понятный для студента язык [166].

Знание основных компонентов учебного материала необходимо для корректной записи математического материала, для формирования логически правильных записей и др. Поэтому использование специально сконструированных учебных материалов параллельно с материалами учебников по математике необходимо для демонстрации возможностей различной записи материала, корректной записи математических выражений, использования математической символики. Данный прием называется «дуальной подачей» учебного материала. Суть его заключается в создании условий, при которых студент для изучения какого-либо вопроса обращается к различным фрагментам материала.

Использование «дуальной подачи» учебного материала необходимо для формирования умений по выполнению содержательного анализа учебного материала, т. к. умения по выполнению содержательного анализа учебного математического материала включают в частности следующие умения: определение структуры компонентов содержания материала (дефиниции, теоремы, доказательства, алгоритмы и др.), запись их с помощью математической символики; выделение существенных признаков понятий; установление соотношений (логических и смысловых) между фактологическими сведениями;

построение цепочек обобщения (понятий, примеров, способов решения задач и т.п.); приведение примеров и контрпримеров (математических понятий, конструкций и т. д.); визуализация математических соотношений с помощью прикладных программных продуктов. Пример фрагмента учебного математического материала по понятию «Перестановочные матрицы» представлен на рисунке 2. 3 [26]. Пример структурированного учебного математического материала показан на рисунке 2. 4.

Матрицы A, B называют *перестановочными*, если $AB = BA$. Перестановочные матрицы существуют. Например,

$$\begin{pmatrix} 7 & -12 \\ -4 & 7 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 26 & 45 \\ 15 & 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 26 & 45 \\ 15 & 26 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 7 & -12 \\ -4 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Для любой квадратной матрицы A

$$AI = IA = A.$$

Рисунок 2. 3 – Фрагмент учебного математического материала

ОПР: Две матрицы A и B называются перестановочными, если $A \cdot B = B \cdot A$.

Или (схематично): (A и B – перестановочные матрицы) $\Leftrightarrow (A \cdot B = B \cdot A)$.

Пример: рассмотрим матрицы $A = \begin{pmatrix} 26 & 45 \\ 15 & 26 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 7 & -12 \\ -4 & 7 \end{pmatrix}$.

Вычислим произведения:

$$A \cdot B = \begin{pmatrix} 26 & 45 \\ 15 & 26 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 7 & -12 \\ -4 & 7 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}; B \cdot A = \begin{pmatrix} 7 & -12 \\ -4 & 7 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 26 & 45 \\ 15 & 26 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}.$$

Нашли две матрицы, удовлетворяющие условию перестановочных матриц. Следовательно, A и B по определению перестановочные матрицы.

Теорема: Единичная матрица является перестановочной к любой квадратной матрице такой же размерности.

($\forall A_n$ – квадратная матрица, I_n – единичная) $\Rightarrow$ (A_n и I_n – перестановочные).

Доказательство. Так как равенство $A_n \cdot I_n = I_n \cdot A_n = A_n$ выполняется по свойствам единичной матрицы, следовательно, единичная матрица I_n является перестановочной с матрицей A_n.

Рисунок 2. 4 – Фрагмент структурированного учебного математического материала

На начальном этапе использование параллельных учебных материалов необходимо для иллюстрации возможностей различной записи одного и того же математического материала, выделению основных составляющих, корректной записи. На последующих этапах самостоятельное составление структурированного учебного материала позволяет студентам освоить математическую символику, логически верные записи теорем, определений, формирует знание и умение доказательства математических теорем путем верных логических выводов – умений по выполнению содержательного анализа учебного материала.

При организации учебной деятельности студентов с учебным математическим материалом необходимо иметь в виду две взаимосвязанные задачи для студентов: интерпретация математического материала с целью понимания информации, в нем содержащейся, и обучение приемам интерпретации, реконструкции учебного математического материала.

При изучении основных понятий темы «Матрицы» студенты знакомятся с определением матрицы, их основными видами. В задачах встречаются разные типы матриц, названия и внешнее представление которых необходимо знать для их дальнейшего применения. Рассмотрев несколько фрагментов по теме «Матрицы» и сопоставив представленные определения, перечисленные виды основных матриц в каждом фрагменте, студент должен получить краткую запись в своей тетради.

На рисунках 2.5. и 2.6. представлены отдельные фрагменты учебного математического материала по теме «Матрицы», с которыми студенты могут ознакомиться при самостоятельной работе с учебной литературой [46, 110, 174].

Некоторые виды матриц перечисляются в обоих фрагментах, некоторые типы выделены только в одном из них. Материалы не только пересекаются, но и дополняют друг друга по содержанию. Сопоставление общих и выделение различных понятий из двух учебных материалов способствует формированию обобщенных приемов учебно-математического познания, таких, как реконструкция и обобщение учебного материала. Таким образом, одним из условий структуризации используемого учебного математического материала является то, что фрагменты учебных материалов должны обладать свойством «дополняемости» по содержанию.

1. Определение. Мы будем называть *матрицей размеров* $m \times n$ совокупность mn чисел, расположенных в виде таблицы из m строк и n столбцов:

$$\left\| \begin{array}{cccc} a_1^1 & a_2^1 & \ldots & a_n^1 \\ a_1^2 & a_2^2 & \ldots & a_n^2 \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ a_1^m & a_2^m & \ldots & a_n^m \end{array} \right\|$$

Числа, составляющие матрицу, мы будем называть *элементами* матрицы. Если число строк в матрице равно числу столбцов, то матрица называется *квадратной*, а число строк — ее *порядком*. Остальные матрицы носят название *прямоугольных*.

Матрицу размеров $1 \times n$, состоящую из одной строки, мы будем называть *строкой длины* n или просто строкой. Матрицу размеров $m \times 1$ называют *столбцом высоты* m или просто столбцом. Столбцы и строки мы будем обозначать полужирными буквами.

3. Некоторые виды матриц. Введем определения некоторых часто употребляемых видов матриц. Все матрицы предполагаются квадратными.

1. Матрица A называется *симметричной* или *симметрической*, если $A^T = A$. Для такой матрицы $a_{ij} = a_{ji}$ при всех i и j — элементы, расположенные симметрично относительно главной диагонали, равны.

2. Матрица A называется *кососимметричной* или *антисимметричной*, если $A^T = -A$. Для такой матрицы $a_{ij} = -a_{ji}$ при всех i и j — элементы, расположенные симметрично относительно главной диагонали, отличаются знаком. Диагональные элементы равны нулю.

3. Матрица A называется *верхней треугольной*, если ее элементы, расположенные ниже главной диагонали, равны нулю: $a_{ij} = 0$ при $i > j$. Аналогично определяется *нижняя треугольная* матрица: $a_{ij} = 0$ при $i < j$.

4. Матрица A называется *диагональной*, если у нее равны нулю все недиагональные элементы: $a_{ij} = 0$ при $i \neq j$.

Другие частные виды матриц будем определять по мере необходимости.

Рис. 2. 5 – Фрагмент учебного математического материала по теме «Матрицы»

При составлении конспекта учебного материала важно научиться выбирать оптимальный материал для краткой записи. Например, целью изучения темы «Определитель (детерминант) квадратной матрицы» является умение вычислять определитель для квадратной матрицы любой размерности, для этого нужно научиться вычислять определитель для матриц второго и третьего порядков по известным алгоритмам. В разных учебниках данное понятие определяется немного по-разному [26, 46, 110, 174 и др.]. На рисунках 2. 7 – 2. 9. можно отследить имеющиеся различия в толковании изучаемых понятий.

Матрицей называется прямоугольная таблица чисел, содержащая m строк одинаковой длины (или n столбцов одинаковой длины). Матрица записывается в виде

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}$$

или, сокращенно, $A = (a_{ij})$, где $i = \overline{1,m}$ (т. е. $i = 1,2,3,\dots,m$) — номер строки, $j = \overline{1,n}$ (т. е. $j = 1,2,3,\dots,n$) — номер столбца.

Матрицу A называют матрицей *размера* $m \times n$ и пишут $A_{m\times n}$. Числа a_{ij}, составляющие матрицу, называются ее *элементами*. Элементы, стоящие на диагонали, идущей из верхнего левого угла, образуют *главную диагональ*.

Матрицы ***равны между собой***, если равны все соответствующие элементы этих матриц, т. е.

$$A = B, \quad \text{если } a_{ij} = b_{ij}, \quad \text{где } i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}.$$

Матрица, у которой число строк равно числу столбцов, называется ***квадратной***. Квадратную матрицу размера $n \times n$ называют матрицей ***n-го порядка***.

Квадратная матрица, у которой все элементы, кроме элементов главной диагонали, равны нулю, называется ***диагональной***.

Диагональная матрица, у которой каждый элемент главной диагонали равен единице, называется ***единичной***. Обозначается буквой E.

Пример 1.1.

$$E_{3\times 3} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

— единичная матрица 3-го порядка.

$$E_{n\times n} = \begin{pmatrix} 1 & & & 0 \\ & 1 & & \\ & & \ddots & \\ 0 & & & 1 \end{pmatrix}.$$

— единичная матрица n-го порядка.

Квадратная матрица называется ***треугольной***, если все элементы, расположенные по одну сторону от главной диагонали, равны нулю.

Матрица, все элементы которой равны нулю, называется ***нулевой***. Обозначается буквой O. Имеет вид

$$O = \begin{pmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{pmatrix}.$$

В матричном исчислении матрицы O и E играют роль чисел 0 и 1 в арифметике.

Матрица, содержащая один столбец или одну строку, называется ***вектором*** (или вектор-столбец, или вектор-строка соответственно). Их вид:

$$A = \begin{pmatrix} a_1 \\ a_2 \\ \vdots \\ a_m \end{pmatrix}, \quad B = (b_1\ b_2\ \dots\ b_n).$$

Матрица размера 1×1, состоящая из одного числа, отождествляется с этим числом, т. е. $(5)_{1\times 1}$ есть 5.

Матрица, полученная из данной заменой каждой ее строки столбцом с тем же номером, называется матрицей ***транспонированной*** к данной. Обозначается A^T.

Так, если $A=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$, то $A^T=\begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, если $A=\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, то $A^T=(1\ 0)$.

Транспонированная матрица обладает следующим свойством: $(A^T)^T = A$.

Рис. 2. 6 – Фрагмент учебного математического материала по теме «Матрицы»

Можно заметить, что в каждом из предложенных фрагментов (рисунки 2.7 – 2. 9) описывается формула для вычисления определителей второго и третьего порядка, но в одном из фрагментов (рисунок 2. 9) содержатся схемы применения формул, которые быстрее запомнить и применять в вычислениях. Поэтому для конспекта данного раздела удобнее воспользоваться вторым учебным фрагментом математического материала.

Рассмотрим четыре числа $\alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2$. Из них можно составить таблицу, называемую *матрицей второго порядка*:

$$\left\| \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{matrix} \right\|.$$

Число $\alpha_1\beta_2 - \alpha_2\beta_1$ называется детерминантом этой матрицы или *детерминантом второго порядка* и обозначается

$$\left| \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 \\ \beta_1 & \beta_2 \end{matrix} \right|.$$

$$\left\| \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{matrix} \right\|;$$

Число

$$\alpha_1 \left| \begin{matrix} \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_2 & \gamma_3 \end{matrix} \right| + \alpha_2 \left| \begin{matrix} \beta_3 & \beta_1 \\ \gamma_3 & \gamma_1 \end{matrix} \right| + \alpha_3 \left| \begin{matrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{matrix} \right|,$$

или, что то же самое,

$$\alpha_1 \left| \begin{matrix} \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_2 & \gamma_3 \end{matrix} \right| - \alpha_2 \left| \begin{matrix} \beta_1 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_3 \end{matrix} \right| + \alpha_3 \left| \begin{matrix} \beta_1 & \beta_2 \\ \gamma_1 & \gamma_2 \end{matrix} \right|,$$

называется детерминантом этой матрицы или *детерминантом третьего порядка* и обозначается

$$\left| \begin{matrix} \alpha_1 & \alpha_2 & \alpha_3 \\ \beta_1 & \beta_2 & \beta_3 \\ \gamma_1 & \gamma_2 & \gamma_3 \end{matrix} \right|.$$

Рисунок 2. 7 – «Детерминант матрицы», фрагмент учебника

Квадратной матрице A порядка n можно сопоставить число $\det A$ (или $|A|$, или Δ), называемое ее *определителем*, следующим образом:

1. $n = 1$. $A = (a_1)$; $\det A = a_1$.

2. $n = 2$. $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}$; $\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{vmatrix} = a_{11} \cdot a_{22} - a_{12} \cdot a_{21}$.

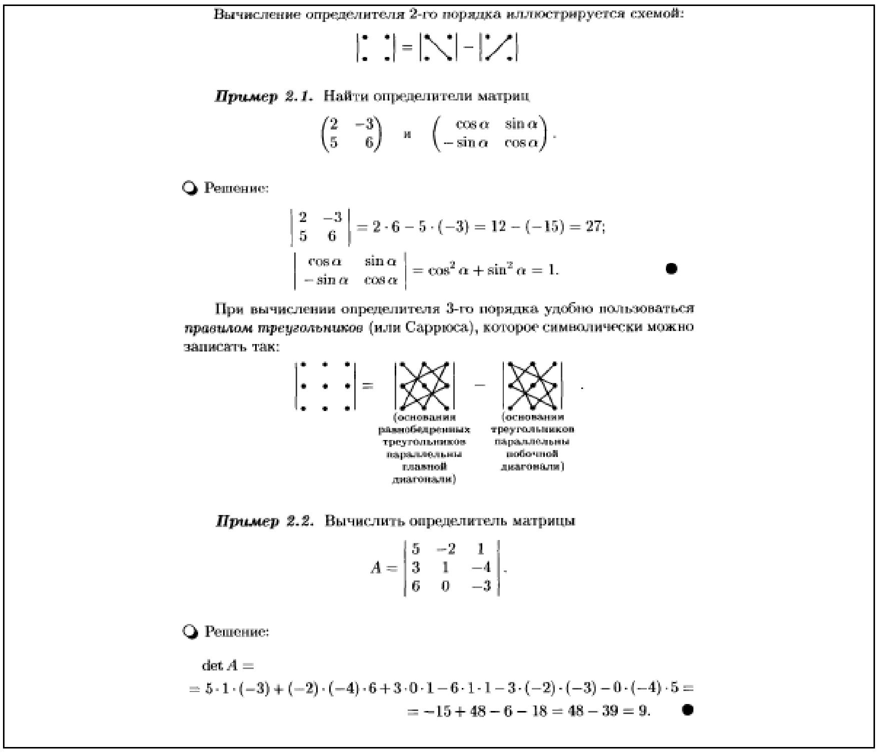
3. $n = 3$, $A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{pmatrix}$; $\det A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} =$

$$= a_{11}a_{22}a_{33} + a_{12}a_{23}a_{31} + a_{21}a_{32}a_{13} - a_{31}a_{22}a_{13} - a_{21}a_{12}a_{33} - a_{32}a_{23}a_{11}.$$

Рисунок 2.8 – Понятие определителя квадратной матрицы, фрагмент учебника

Это еще раз убеждаемся, что выделение схем и алгоритмов в учебном материале является важной составляющей при работе с учебными математическими материалами, кроме того это способствует формированию обобщенных приемов учебно-математического познания абстрагирования и интерпретации учебного математического материала обучающимися.

Реконструкция изучаемого учебного математического материала представляет собой составление студентами краткого конспекта учебной информации путем составления опорных схем, алгоритмов решения типовых задач, наиболее наглядных примеров. Формирование таких умений учебно-математического познания, как конкретизация, возможно при изучении учебного математического материала, в процессе конкретизации изучаемых понятий.



Вычисление определителя 2-го порядка *иллюстрируется* схемой:

Пример 2.1. Найти определители матриц

$$\begin{pmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 6 \end{pmatrix} \quad \text{и} \quad \begin{pmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{pmatrix}.$$

❍ Решение:

$$\begin{vmatrix} 2 & -3 \\ 5 & 6 \end{vmatrix} = 2\cdot 6 - 5\cdot(-3) = 12 - (-15) = 27;$$

$$\begin{vmatrix} \cos\alpha & \sin\alpha \\ -\sin\alpha & \cos\alpha \end{vmatrix} = \cos^2\alpha + \sin^2\alpha = 1. \quad \bullet$$

При вычислении определителя 3-го порядка удобно пользоваться ***правилом треугольников*** (или Саррюса), которое символически можно записать так:

(основания равнобедренных треугольников параллельны главной диагонали)

(основания треугольников параллельны побочной диагонали)

Пример 2.2. Вычислить определитель матрицы

$$A = \begin{vmatrix} 5 & -2 & 1 \\ 3 & 1 & -4 \\ 6 & 0 & -3 \end{vmatrix}.$$

❍ Решение:

$$\det A =$$
$$= 5\cdot 1\cdot(-3) + (-2)\cdot(-4)\cdot 6 + 3\cdot 0\cdot 1 - 6\cdot 1\cdot 1 - 3\cdot(-2)\cdot(-3) - 0\cdot(-4)\cdot 5 =$$
$$= -15 + 48 - 6 - 18 = 48 - 39 = 9. \quad \bullet$$

Рисунок 2.9 – Вычисление определителей, фрагмент учебника

Для формирования приемов по конкретизации изучаемого математического материала, изучив свойства определителей, студентам можно предложить записать эти свойства на примере определителей третьего порядка. Пример фрагмента учебного материала, содержащего свойства определителей, представлен на рисунке 2. 10. Трансформировав данный ему материал, студент должен получить свойства для определителей третьего порядка (рисунок 1.11).

1) Определитель с нулевой строкой или нулевым столбцом равен нулю.

Рисунок 2.10 – Фрагмент учебника по теме «Свойства определителей»

1) Если определитель имеет нулевую строку или столбец, то этот определитель равен нулю.

Приведем вычисление определителя третьего порядка с нулевой строкой, доказывающее это свойство:

$$\begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ 0 & 0 & 0 \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} = \left\{ \begin{matrix} \textit{разложим} \\ \textit{по} \quad \textit{элементам} \\ \textit{второй строки} \end{matrix} \right\} = 0 \cdot A_{21} + 0 \cdot A_{22} + 0 \cdot A_{23} = 0 .$$

Рисунок 2.11 – Фрагмент трансформированного материала

Ознакомившись с учебным материалом, содержащим сведения об основных понятиях по решению систем линейных уравнений (рисунок 2.12), студент трансформирует его. Трансформированный учебный математический материал может быть представлен в виде блок-схемы (рисунок 2.13).

Система уравнений называется ***совместной***, если она имеет хотя бы одно решение, и ***несовместной***, если она не имеет ни одного решения.

Совместная система называется *определенной*, если она имеет единственное решение, и *неопределенной*, если она имеет более одного решения. В последнем случае каждое ее решение называется *частным решением* системы. Совокупность всех частных решений называется *общим решением.*

Решить систему – это значит выяснить, совместна она или несовместна. Если система совместна, найти ее общее решение.

Рисунок 2.12 – Фрагмент учебника по теме «Решение систем линейных уравнений»

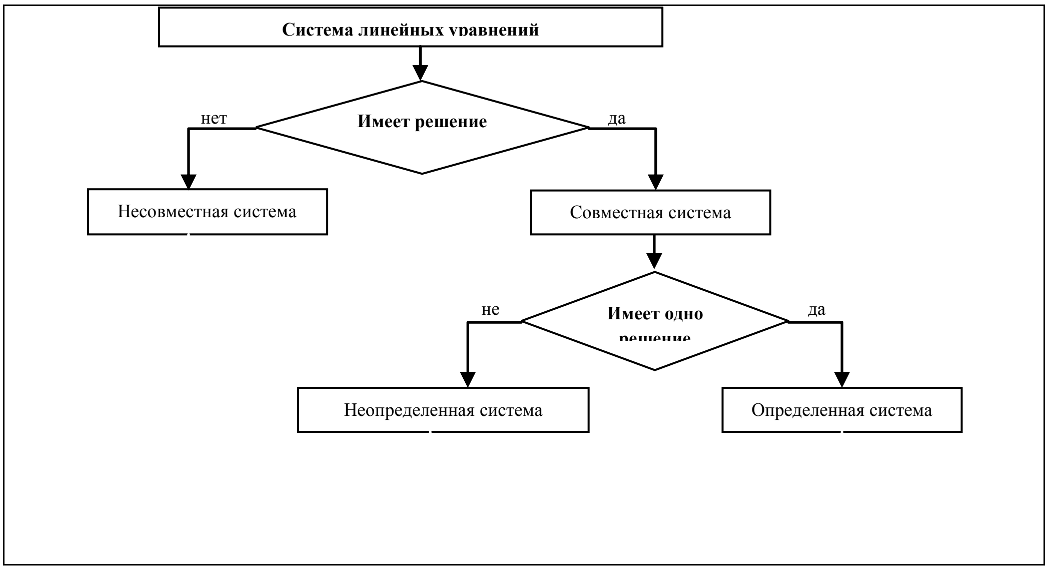


Рисунок 2. 13 – Трансформированный в блок-схему учебный материал

Таким образом, для того чтобы дуальная подача материала решала задачу формирования умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала, необходимо, чтобы учебный математический материал удовлетворял следующим требованиям:

- учебные материалы должны сообщать об одном и том же математическом объекте (понятии, методе, алгоритме, модели и др.);

- фрагменты учебных материалов должны обладать свойством «дополняемости» по содержанию: сопоставление общих и выделение различных понятий в учебных материалах способствует формированию приемов учебно-математического познания, таких, как реконструкция, обобщение, синтез и др.;

- учебный математический материал должен иметь различное представление (на разных уровнях абстракции, с использованием различных символик, обозначений, примеров и т. д.);

- объем информации в учебных материалах должен быть достаточен для решения поставленных перед студентами учебных задач по освоению учебного материала;

- учебные задания по работе с учебным математическим материалом должны быть ориентированы на сопоставление представленных фрагментов, составления схем, приведения конкретизаций и т. д.

В соответствии с конструктивными методическими положениями (параграф 2.1) учебная деятельность студентов на начальном этапе формирования профессионально-математических компетенций может быть построена с использованием «дуальной подачи» учебного математического материала.

Теоретический анализ специально сконструированных учебных текстов проведен в диссертационном исследовании К. С. Поторочиной [116]. Автор, ориентируясь на деятельностно-ориентировочные принципы обучения, обосновывает необходимость применения деятельностно-ориентировочных математических материалов при обучении студентов математике. Под деятельностно-ориентированными математическими текстами понимается учебный математический материал, который обеспечивает студента ориентировочной основой организации учебной деятельности для преобразования этого материала с целью решения познавательных и практических задач.

В предлагаемой нами методике предполагается использование специальных учебных заданий (ситуационных задач), которые позволяют создать деятельностно-ориентировочную основу применяемых учебных материалов. Ситуационная задача в понимании проведенного исследования – это задание, посредством которого создается поле деятельности студента и содержательная основа для выполнения действий по работе с учебными математическими материалами, направленными на понимание математической информации, в них содержащейся. Исходя из особенностей учебного математического материала и условий по его освоению, можно выделить необходимые действия по работе с ними, выполнение которых направлено на освоение учебного материла и формирование необходимых умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала:

- действия по выделению структуры учебного математического материала (по распознаванию компонентов учебного материала);
- действия по применению теории (по переводу символьных записей в словесную формулировку и обратно);
- действия по «расшифровке» готовых решений;
- действия на математическое моделирование условия задачи;
- действия на выделение «схем» и алгоритмов решения типовых задач;
- действия на сопоставление учебного материала с текстами компьютерных математических систем.

2. 3. Технология формирования умений по выполнению содержательного анализа учебного материала и особенности задачного материала в ее использовании

Методические положения, предложенные в параграфе 2.1., указывают на необходимость организации учебной деятельности студентов по постановке и решению учебных задач, направленных на овладение студентами умениями по выполнению содержательного анализа учебного математического материала. Поскольку для реализации предлагаемой методики на начальном этапе изучения математики наиболее благоприятным является раздел «Линейная алгебра», то вся учебно-методическая работа должна, с одной стороны, формировать у студентов необходимые знания по изучаемому разделу, а с другой стороны – создавать условия для овладения ими умениями, позволяющими им изучать любые учебные математические материалы. Эта система заданий может быть построена по теории поэтапного формирования ориентировочной основы умственных действий (ТПФООУД), разработанной П. Я. Гальпериным и его последователями [28].

На первом этапе (по П.Я. Гальперину – выявление ориентировочной основы действия) необходимо сконцентрировать внимание на методологическом базисе состава учебного математического материала: компонентах содержания (понятие об определении, теореме, доказательстве, логико-математических принципах построения математических теорий и т. п.). В этой связи можно назвать данный этап **методологическим**.

На содержательном уровне он может быть представлен материалом школьного курса математики или «новым» разделом, входящим в курс математики технического вуза, темой «Комплексные числа» с включением элементов математической логики (понятий логических связей, основных правил формальной логики). Разъяснение каждого компонента необходимо сопровождать соответствующим учебным материалом темы, раскрывая основные смысловые связи изучаемого понятия. В такой работе студенту предъявляются учебные задания после фрагмента объяснения. Предложенный подход на первых занятиях в вузе наиболее соответствует методике «школьного» образования и, как показывает опыт, дает ожидаемые результаты: студенты усваивают способы определения понятий, записи определений и теорем с помощью логической символики, выделения необходимых и достаточных условий и т. д. Геометрическая интерпретация понятия комплексного числа позволяет обратиться к наглядно-образной составляющей математического мышления, проиллюстрировать возможность истолкования абстрактных понятий математики.

Важным на данном этапе становится рассмотрение и изучение математической символики, используемых математических обозначений, конструкций, записей словесных формулировок и формулировок с использованием логических записей. Знание математических обозначений необходимо для краткой записи математической информации в конспектах, составление которых в учебном процессе является для студентов одним из важнейших операций с учебным материалом.

С методологическими знаниями, касающимися основных составляющих учебного материала, студентов целесообразно знакомить в процессе изучения математического материала. Так, например, при изучении любой темы одним из первых компонентов, встречающихся в учебном материале, является определение новых понятий. Известно, что определить понятие – это значит выбрать из его существенных свойств такие и столько, чтобы каждое из них было необходимо, а все вместе достаточны для отличия изучаемых объектов от других.

Чаще всего встречаются определения через ближайший род и видовое отличие, в символическом выражении определение может быть представлено следующим образом:

$$\underset{\textit{род}}{\forall x \in M} \qquad \Big(\underset{\textit{термин}}{A(x)} \qquad \Leftrightarrow \qquad \underset{\textit{видовые отличия}}{B(x)} \Big)$$

На рисунке 2. 14 представлен фрагмент учебного материала, отражающий определение комплексного числа:

Определение. Комплексным числом z называется выражение вида $z = x + iy$, где $x \in R$ и $y \in R$, а i – мнимая единица и $i^2 = -1$. Множество комплексных чисел обозначается латинской буквой *C*. Число x называется *действительной частью* комплексного числа z и обозначается $x = \mathrm{Re}\, z$ (от франц. *reele* – «действительный»), а y – *мнимой частью* z, $y = \mathrm{Im} z$ (от франц. *imaginaire* – «мнимый»).

Рисунок 2.14 – Фрагмент учебного материала по теме «Комплексные числа»

Структурное представление данного определения может иметь вид:

$$(\forall \quad z) \quad (z \in C) \quad \Leftrightarrow \quad (z = x + iy, \text{где} \quad x \in R, \quad y \in R, i^2 = -1)$$

Однако в первом определении, кроме определения комплексного числа, содержится еще несколько договоренностей (названия частей числа), поэтому в учебном процессе целесообразно использовать структурно-развернутое определение:

$$(\forall z) \quad \begin{pmatrix} z - \textit{комплексное} \\ \textit{число},\ z \in C \end{pmatrix} \quad \Leftrightarrow \quad \begin{pmatrix} z = x + iy, \text{где} \quad x \in R, \quad y \in R, i^2 = -1, \\ i - \text{мнимая} \quad \text{единица}, \\ x - \text{действительная часть}, \\ y - \text{мнимая} \quad \text{часть} \end{pmatrix}$$

Аналогичным образом при изучении темы «Комплексные числа» возможно познакомить студентов с другими основными компонентами учебного материала (некоторые компоненты приведены в Приложении 2).

Методологический этап реализуется под руководством преподавателя, при изучении последующих учебных материалов деятельность студентов будет направлена на самостоятельное выделение основных составляющих учебной информации.

На **втором этапе** – **иллюстративном** – в соответствии с ТПФООУД необходимо дать полную систему «внешних признаков» по работе с учебными математическими материалами. К таким внешним признакам можно отнести выделение предметной и разъяснительной части и их составляющих. Этап должен проиллюстрировать перенос действий на материал следующей темы – «Матрицы». Содержательная аналогия с комплексными числами в данном случае прослеживается достаточно легко, что позволяет автоматизировать элементы действий. Поэтому предъявление учебных заданий возможно в виде руководств, а деятельность преподавателя приобретает разъяснительный характер. При этом студента необходимо вовлечь в выполнение заданий «по образцу», причем не только по образцу рассматриваемой темы, но и по образцу заданий предыдущей темы о комплексных числах.

Например, выполнение студентами самостоятельной работы по изучению материала «Сложение матриц» и «Умножение матриц на число». Изучив материал учебника (рисунок 2.15), студенты с помощью преподавателя получают структурированный учебный материал (рисунок 2.16).

4. Сложение и умножение на число. Пусть A и B — матрицы размеров $m \times n$. Мы можем сопоставить им третью матрицу C размеров $m \times n$, элементы которой c_{ij} связаны с элементами a_{ij} и b_{ij} матриц A и B равенствами

$$c_{ij} = a_{ij} + b_{ij} \qquad (i = 1, ..., m, \quad j = 1, ..., n). \tag{1}$$

Определение. Матрица C, определяемая по A и B формулой (1), называется их *суммой* и обозначается $A + B$.

Определение. Матрица C, элементы которой c_{ij} равны произведениям элементов a_{ij} матрицы A на число α, называется *произведением* A на α и обозначается αA. Мы имеем

$$c_{ij} = \alpha a_{ij} \qquad (i = 1, ..., m, \quad j = 1, ..., n). \tag{2}$$

Из свойств сложения и умножения чисел легко вытекает

Предложение 1. *Для любых матриц A, B, C и любых чисел α и β выполнены равенства*

$$A + B = B + A, \quad (A + B) + C = A + (B + C),$$
$$\alpha(A + B) = \alpha A + \alpha B, \quad (\alpha + \beta)A = \alpha A + \beta A,$$
$$(\alpha\beta)A = \alpha(\beta A).$$

Рисунок 2.15 – Фрагмент учебного материала по теме «Сложение матриц и умножение матриц на число»

ОПР: матрица $C_{m\times n}$ называется **суммой матриц** $A_{m\times n}$ и $B_{m\times n}$, если элементы матрицы C (c_{ij}) всязаны с элементами матриц A (a_{ij}) и B (b_{ij}) следующим равенством: $c_{ij} = a_{ij} + b_{ij}$ ($i = 1, \ldots, m$; $j = 1, \ldots, n$).

Можно записать в следующем виде:

$$C = A + B = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix} =$$

$$=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \dots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \dots & a_{2n}+b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \dots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}.$$

ОПР: Произведением матрицы $A_{m\times n}=(a_{i\,j})$ **на число** k называется матрица $D_{m\times n}=(d_{i\,j})$, $(i=1..m,\ j=1..n)$, такая, что все элементы исходной матрицы умножаются на число k: $d_{i\,j}=k\cdot a_{i\,j}$,

$$D=k\cdot A=\begin{pmatrix} k\,a_{11} & k\,a_{12} & \dots & k\,a_{1n} \\ k\,a_{21} & k\,a_{22} & \dots & k\,a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ k\,a_{m1} & k\,a_{m2} & \dots & k\,a_{mn} \end{pmatrix}.$$

Свойства:

1) **(**$\forall A_{m\times n}, B_{m\times n}$) ($A+B=B+A$)

Докажем свойство:

$$\text{A + B} = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1} & b_{m2} & \dots & b_{mn} \end{pmatrix}=\begin{bmatrix} \textit{по определению} \\ \textit{сложения матриц} \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} a_{11}+b_{11} & a_{12}+b_{12} & \dots & a_{1n}+b_{1n} \\ a_{21}+b_{21} & a_{22}+b_{22} & \dots & a_{2n}+b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1}+b_{m1} & a_{m2}+b_{m2} & \dots & a_{mn}+b_{mn} \end{pmatrix}=\begin{bmatrix} \textit{по свойству} \\ \textit{сложения чисел} \end{bmatrix}=$$

$$=\begin{pmatrix} b_{11}+a_{11} & b_{12}+a_{12} & \dots & b_{1n}+a_{1n} \\ b_{21}+a_{21} & b_{22}+a_{22} & \dots & b_{2n}+a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{m1}+a_{m1} & b_{m2}+a_{m2} & \dots & b_{mn}+a_{mn} \end{pmatrix}=\begin{bmatrix} \textit{по определелению} \\ \textit{сложения матриц} \end{bmatrix}=\text{B+A}.$$

Остальные свойства доказываются аналогично

Рисунок 2.16 – Фрагмент структурированного учебного материала по теме «Сложение матриц и умножение матриц на число»

На **третьем этапе**, называемом П. Я. Гальпериным «этапом внешней речи», необходимо создать педагогические условия по обобщению освоенных элементов учебных действий. Поскольку обобщения в обучении возможны только при самостоятельной «тренировке» [41], то данный этап называется **тренировочным**.

Тема «Определители квадратных матриц» удачно вписывается в решение данной методической задачи, поскольку с одной стороны, понятие определителя связано с понятием матрицы, изучаемой в предыдущей теме, а с другой – воплощает в себе новый вид содержательной связи в ученом математическом материале (функционального соответствия). Поэтому учебные задания, предлагаемые студенту, могут носить ориентирующий характер, их выполнение студентами возможно на самостоятельном уровне при инструктивных комментариях. Деятельность преподавателя при организации решения таких учебных задач будет носить консультативный характер.

На **четвертом этапе** важно дать возможность студенту проявить действие в обобщенном виде («этап внутренней деятельности»). Поэтому данный этап – этап **познавательной самостоятельности**. Он реализуется изучением темы «Системы линейных уравнений». Для создания условий по редуцированию действий («редукция – упрощение, сведение сложного к простому») необходимо предоставить задания для самостоятельного выполнения при контролирующей роли преподавателя. Однако характер учебных заданий должен иметь направленный вид с тем, чтобы форма выполнения действий была идентична рассматриваемым примерам. Только в этом случае, следуя теории П. Я. Гальперина, будет обеспечена автоматизация действия.

Описанную систему учебных задач и поэтапное ее построение можно представить следующей таблицей (Таблица 2. 1).

Таблица 2.1.

Реализация модели организации учебной деятельности студентов, направленной на формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала

№	Наименование этапа	Изучаемая тема	Характер постановки учебных задач	Характер деятельности студентов	Вид математического материала
I.	Методологический	«Комплексные числа»	Предъявляемый	Под руководством преподавателя	Готовый структурированный материал
II.	Иллюстративный	«Матрицы»	Руководящий	Работа по образцу	Материал, структурированный

					совместно с преподавателем
III	Тренировочный	«Определители квадратных матриц»	Ориентирующий	Работа по инструкциям	Частично структурированный
IV.	Этап познавательной самостоятельности	«Системы линейных уравнений»	Контролирующий	Самостоятельная деятельность	Неструктурированный материал

Последний (пятый) этап формирования действий работы с учебным математическим материалом, соответствующий ТПФООУД (этап интериоризации действия), реализуется при всем последующем изучении математики.

Далее приведены примеры ситуационных задач и даны рекомендации по их использованию в разработанной методике преподавания алгебры. В каждом типе выделенных ситуационных задач перечислены основные виды задач, решение которых способствует формированию у студентов приемов работы с учебными математическими материалами.

Ситуационные задачи на действия по выделению структуры учебного материала

Данный тип задач направлен на формирование приемов по работе с учебными математическими материалами по составлению конспектов математической информации. Для составления конспекта изучаемой темы по предложенным студентам учебным материалам важным становится понимание смысла представленной информации. Как уже отмечалось ранее, выделение «субъектно-предикатных» отношений в изучаемом учебном материале способствует пониманию его смысловой структуры. Поэтому первый вид ситуационных задач с учебными математическими материалами основан на выделении структуры математического материала. Основными операциями для выполнения данных заданий является выделение внешних составляющих компонентов математического материала. Для того чтобы определить, о чем и что говорится в новом неизвестном учебном математическом материале, необходимо ориентироваться на выделение в изучаемом тексте основных составляющих (определений, теорем, свойств, примеров), т. е. определение структуры, осознание и составление «каркаса» изучаемого материала.

На начальных этапах разработанной методики (методологический и иллюстративный этапы) продуктивно использование дуальной подачи материала с использованием специальным образом структурированных учебных материалов, на дальнейших этапах составление таких структурированных текстов становится задачей студентов. Пример учебных материалов учебника и специально сконструированного на рисунках 2. 17. и 2.18.

1) Определитель с нулевой строкой или нулевым столбцом равен нулю.

Рисунок 2.17 – Математический материал учебника по теме «Свойства определителей»

1) Если определитель содержит нулевую строку или столбец $\Rightarrow$ определитель равено нулю.

Действительно. Приведем пример определителя с нулевым столбцом и покажем, что он равен нулю.

$$\begin{vmatrix} a_{11} & 0 & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & 0 & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ a_{31} & 0 & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{n1} & 0 & a_{n3} & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = 0$$

$$т.\,к. \quad \begin{pmatrix} разложим \\ по \quad второму \\ столбцу \end{pmatrix} = 0 \cdot A_{12} + 0 \cdot A_{22} + \ldots + 0 \cdot A_{n2} = 0$$

Рисунок 2. 18 –Структурированный учебный математический материал по теме «Свойства определителей»

Применение нескольких учебных материалов по одному и тому же понятию позволяет показать студентам соответствие логико-математического языка различного уровня, возможность формулировки одной и той же информации в различных внешних представлениях. В процессе использования таких материалов формируются приемы и умения по выделению основных характеристик учебных материалов, записанных с использованием разной символики, приемы по выделению компонентов изучаемого материала (определений, теорем, доказательств, примеров и др.). Для решения задач на выделение структуры учебного математического материала важным становится умение студентов правильно определить составляющие математического материала. Для формирования у студентов этих приемов по работе с учебным материалом предлагаемые ситуационные задачи должны ориентировать на выполнение действий по распознаванию компонентов учебного материала.

На начальном этапе изучения математики задания такого типа являются наиболее эффективными, потому что в этом период у студентов происходит формирование системы понятий, которые образуют основу логико-математической подготовки. Полезной при реализации данного типа задач является деятельность студентов по содержательной реконструкции представленных понятий: приведение конкретизаций абстрактных понятий, установление основной характеристики понятий, приведение различных трактовок понятия и др.

Ситуационные задачи на действия по применению теории (использование теорем, свойств, определений)

Данный тип задач выполняется после составления конспекта изучаемой темы. Основными видами выполняемых операций при решении такого типа задач должны стать корректная запись при помощи логических символов условия задач, выделение этапов доказательства и хода решений заданий, перевод символьных записей в словесную формулировку и обратно.

Проговаривание математических предложений предполагает включение вербальных (речевых) составляющих мышления, на важность которых указывал Л. С. Выготский [25]. Зачастую в практике работы со студентами можно отметить, что студенты некорректно формулируют условие математической задачи, ход решения и полученные результаты. Поэтому задачи, направленные на правильное проговаривание математических предложений, являются необходимым составляющим в преподавании математики. Можно привести следующие примеры ситуационных задач.

Задача 1. Дайте словесную формулировку следующим свойствам матриц:

а) $(\forall A_{n,m}, B_{n,m})(A+B=B+A)$;

б) $(\exists E)(\forall A_n)(AE=EA=A)$.

Задача 2. Сформулируйте понятие определителя квадратной матрицы любого порядка.

Задача 3. Дайте словесную и письменную формулировку определения обратной матрицы.

Учебный математический материал, применяемый в техническом вузе в настоящее время таков, что доказательства теорем и свойств не являются строго логическими, а часто доказательства вообще опускаются, предлагая студентам принимать на веру все утверждения. Поэтому студенты технических вузов не видят необходимости в доказательстве каких-либо утверждений. В связи с этим, нам кажется необходимым включить в учебную деятельность студентов задания и задачи, направленные на работу с доказательствами. Примерами таких заданий могут служить следующие задачи.

Задача 4. Запишите данное утверждение с использованием логических символов следствия, сформулируйте обратное утверждение и установите, является ли оно верным:

а) определитель матрицы с нулевой строкой равен нулю;

б) произведение нулевой матрицы и матрицы подходящей размерности есть нулевая матрица;

в) если определитель матрицы не равен нулю, то существует обратная ей матрица.

Задача 5. Докажите, что для любой матрицы произведение $A{\cdot}A^{\mathrm{T}}$ существует.

Задача 6. Проверьте ассоциативный закон умножения $A(BC)=(AB)C$ на примере матриц:

а) $A=\begin{pmatrix}-2 & 3 & 5\\ -4 & 2 & 3\end{pmatrix},\quad B=\begin{pmatrix}-1 & 7 & 2\\ 3 & 1 & 4\\ 0 & 5 & 7\end{pmatrix},\quad C=\begin{pmatrix}-1 & 2\\ 3 & 0\\ 0 & 5\end{pmatrix}$

б) $A=\begin{pmatrix}-2 & 3 & 5\\ -4 & 2 & 3\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}-1 & 3 & 5\\ -5 & 2 & 3\end{pmatrix}, C=\begin{pmatrix}3 & 6 & 4\\ -4 & 8 & 2\\ 0 & 1 & 1\end{pmatrix}.$

Задача 7. Проверьте дистрибутивность умножения относительно сложения слева $A(B+C)=AB+AC$ и справа $(A+B)C=AC+BC$ для следующих матриц:

$A=\begin{pmatrix}4 & 3\\ -2 & 1\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}2 & -1\\ 1 & 3\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}1 & -3\\ 2 & 1\end{pmatrix}$. Выполняется ли это свойство для любых матриц? Почему?

Понимание изучаемого материла можно считать достигнутым, если студент может говорить об одном понятии по-разному (на разном уровне), поэтому при работе с определениями возможным приемом работы с текстом будет приведение интерпретаций одного и того же понятия. Полезными для реализации данной идеи будут ситуационные задания на приведение конкретизаций некоторых абстрактных понятий.

Например, выполнение следующих учебных заданий формирует приемы приведения конкретизаций.

Задача 8. Какие из приведенных ниже совокупностей объектов представляют собой матрицы. Запишите размерности соответствующих матриц:

А) $\begin{pmatrix}3 & 0 & 0\\ -5 & -\frac{5}{4} & 6\\ 4 & 6 & \frac{8}{9}\end{pmatrix}$ б) $\begin{pmatrix}-3 & 6 & 5a\end{pmatrix}$ в) $\begin{pmatrix}\sin x\\ x\\ 0\end{pmatrix}$ г) $\begin{pmatrix}6 & \begin{matrix}6 & 7\\ 7 & 9\end{matrix} & 5\end{pmatrix}$ д) $\begin{pmatrix}6 & & \\ & 1 & \\ & & 1\end{pmatrix}$

Задача 9. Дана квадратная матрица *A* третьего порядка. Ответьте на следующий вопрос: можно ли умножить:

а) матрицу-столбец на матрицу *A*; б) матрицу *A* на матрицу-столбец;

в) матрицу-строку на матрицу *A*; г) матрицу *A* на матрицу-строку?

При утвердительном ответе укажите размерности множителей и произведения. Приведите примеры соответствующих матриц и их произведений.

Задача 10. На примере квадратной и диагональной матрицы третьего порядка убедитесь в справедливости таких утверждений:
а) умножение квадратной матрицы слева на диагональную матрицу сводится к умножению на постоянную величину всех элементов каждой строки этой матрицы;
б) умножение квадратной матрицы справа на диагональную матрицу сводится к умножению на постоянную величину всех элементов каждого столбца этой матрицы.

Задача 11. Определите, для каких матриц возможна операция возведения в квадрат?

Задача 12. Докажите, что произведение *AB* матриц есть нулевая матрица, если

$A=\begin{pmatrix}a & 0\\ b & 0\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}0 & 0\\ c & d\end{pmatrix}$. Какой вывод можно сделать из данного примера?

Задача 13. Составьте предложения, имеющие смысл, используя термин из 1 столбца и 2 столбца, дополняя предложения необходимыми словами:

А) произведение
Б) ранг
В) векторное произведение
Г) линейная зависимость
Д) метод Крамера
Е) метод Гаусса
Ж) матричный метод

1) матрицы

2) векторы

3) определители

4) система линейных уравнений.

В предложенных задачах студентам требуется привести конкретизации необходимых по условию задач матриц (квадратная матрица третьего порядка, матрица-столбец, матрица-строка, диагональная матрица третьего порядка и др.), что потребует от студентов знания всех типов матриц.

Ситуационные задачи на действия по «расшифровке» готовых решений

Будущая профессиональная деятельность студентов технических вузов будет связана с решением различных задач прикладного характера. Некоторые задачи являются типовыми и отличаются друг от друга исходными данными. Другие задачи на основе применяемой теории требуют разработки собственной стратегии решения. В связи с этим одним из важнейших компонентов любого учебного математического материала являются решенные задачи, примеры применения теории. Поэтому важной составляющей приемов по работе с учебными математическими материалами являются умения работать с разобранными (решенными) задачами. Часто запись результата решения не отражает всего хода рассуждений, которые приводились при поиске решения, поэтому умение объяснять проводимые рассуждения свидетельствуют о понимании данного материала

Материалы с решенными математическими задачами в учебном материале имеют несколько учебных функций:

- позволяют более явно показать необходимые характеристики изучаемых понятий;

- позволяют формировать умения самостоятельного решения типовых задач;

- показывают применение соответствующих понятий для решения практических задач и др.).

Примерами ситуационных задач указанного типа могут быть следующие.

Задача 14. Восстановите пропущенные комментарии к решению задачи.

Задача. Вычислить определитель: $D = \begin{vmatrix} 0 & -1 & -2 & -10 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 9 & 10 \\ 0 & 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

Решение: 1. Какие преобразования необходимо провести над определителем, чтобы получить следующий определитель? $D = -\begin{vmatrix} -1 & -2 & -10 \\ 1 & 9 & 10 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

2. Какие преобразования необходимо провести над определителем, чтобы получить следующий определитель? $D = -\begin{vmatrix} 0 & 0 & -10 \\ 0 & 7 & 10 \\ 1 & 2 & 0 \end{vmatrix}$

3. Разложим определитель по элементам 1-го столбца: $D = -\begin{vmatrix} 0 & -10 \\ -7 & 10 \end{vmatrix} = -70.$

Задача 15. Рассмотрите примеры решения систем линейных уравнений методом Гаусса. Предложите алгоритм решения любой системы методом Гаусса.

Задача 16. Рассмотрите пример нахождения определителя *n*-го порядка. Сформулируйте рекомендации по вычислению определителя любого порядка?

$$A = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & 0 & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{vmatrix}.$$

Решение. Имеем

$$|A| = a_{11}\begin{vmatrix} a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} \\ 0 & a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = a_{11}a_{22}\begin{vmatrix} a_{33} & \dots & a_{3n} \\ \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & a_{nn} \end{vmatrix} = \dots = a_{11}a_{22}\dots a_{nn}.$$

Мы убедились, что определитель треугольной матрицы равен произведению ее диагональных элементов.

Задача 17. Составьте верные предложения из 2 частей, взяв за основу первой части содержание первого столбца, а второй части – второго столбца:

А) квадратная матрица	1) имеет обратную
Б) матрица 3×2	2) может быть умножена на матрицу 3×2

В) матрица 2×3 | 3) можно умножить саму на себя
Г) матрица 2×2 | 4) можно транспонировать
 | 5) можно сложить с матрицей 3×2

Ситуационные задачи на действия по математическому моделированию задач

Для того, чтобы учебные задачи обеспечивали достижение не только ближайших учебных целей (изучение данного раздела математики), но и отдаленных целей (формирование профессионально-математических компетенций выпускников), необходимо решать профессионально ориентированные задачи. Будущая инженерная деятельность выпускников будет непосредственно связана с математическим моделированием реальных технических процессов, в связи с чем учебные математические задачи должны включать задачи, в которых присутствуют этапы математического моделирования: выделение основных свойств объектов, формулировка задачи на математическом языке и др.

Для формирования перечисленных умений студент должен иметь некоторый опыт в работе с математическими моделями: уметь строить математическую модель задачи, т. е. описывать с помощью математической символики, а также систем уравнений, неравенств, ограничений и т. д. При изучении раздела линейной алгебры возможно гармоничным образом включать задания, позволяющие формировать данный вид компетенций. Одним из видов таких учебных заданий могут быть задания, в которых необходимо не строгое следование какому-то алгоритму (как при решении типовых задач), а требуется математическое моделирование условия задачи.

Задача 18. Найти матрицу, которая обладают свойством коммутативности (является перестановочной) с матрицей вида: $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Решение. Первый этап решение данной задачи заключается в математическом моделировании условия задачи. Необходимо записать задачу на математическом языке, что возможно, если студент имеет некоторые основные понятия по линейной алгебре, в данном случае знание матриц, их размерностей, свойства коммутативности матриц.

Необходимо обратить внимание студентов на то, что задачу, сформулированную в виде текста, необходимо переформулировать и записать с использованием математических символов, т. е. сформулировать ее таким образом, чтобы было возможно ее решить математическими методами.

В нашем случае математическое моделирование начнется с определения матрицы *B*, которую необходимо найти по условию задачи. Она будет также второго порядка (чтобы было возможно умножение): $A=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}, B=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}$.

Второй этап решения задачи будет заключаться в переводе условий задачи в математическое соотношение, в нашем случае условие коммутативности: $AB = BA$.

Тогда, с одной стороны имеем $AB=\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+c & b+d\\ a+c & b+d\end{pmatrix}$, а с другой стороны $BA=\begin{pmatrix}a & b\\ c & d\end{pmatrix}\begin{pmatrix}1 & 1\\ 1 & 1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}a+b & a+b\\ c+d & c+d\end{pmatrix}$.

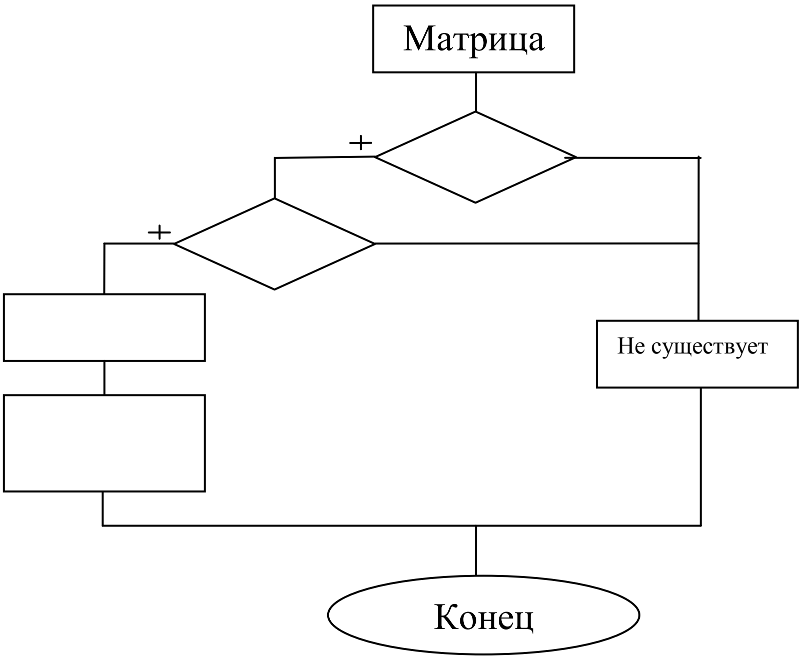
Приравнивая матрицы и используя определение равенства матриц, затем решив несколько уравнений школьного уровня, найдем, что искомая матрица будет иметь вид: $B=\begin{pmatrix}a & b\\ b & a\end{pmatrix}$, где $a,b \in R$. Подставив значения $a,b \in R$, найдем множество различных решений нашей задачи.

Используя типовую задачу по линейной алгебре, возможно уже на первых занятиях по математике показать студентам основные положения и этапы математического моделирования при решении задач. Рассмотренное математическое моделирование является элементарным, но для студентов первого курса, с их уровнем и знанием математических моделей и процесса моделирования, данная задача является наглядной и, что важно на начальном этапе, посильной. Именно такие типы заданий и дают представление об идеях и целях математического моделирования, которое необходимо для моделирования объектов и процессов в профессионально-технических задачах.

Ситуационные задачи на действия по составлению опорных «схем» изучаемого материала

Данный тип ситуационных задач направлен на систематизацию изученного материала. Данный вид задач ориентирован на составление обобщающих схем, выделению общих и отличающихся характеристик изучаемых объектов. Примерами ситуационных задач могут быть следующие задачи.

Задача 19. Запишите алгоритм нахождения обратной матрицы в виде блок-схемы.



Задача 20. Заполните обобщающую таблицу, характеризующую решение систем линейных уравнений и способы их решения:

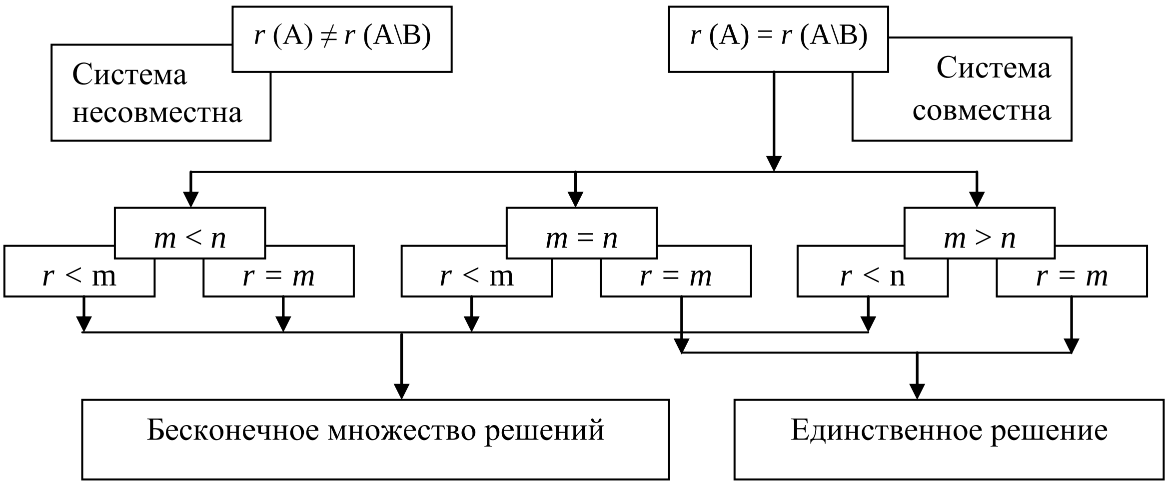
<table>
<tr><td colspan="4">Неоднородные системы m линейных уравнений с n неизвестными</td></tr>
<tr><td>Не имеют решения</td><td colspan="2">Имеют единственное решение</td><td>Имеют бесконечное решение</td></tr>
<tr><td></td><td colspan="2"></td><td></td></tr>
<tr><td colspan="4">Методы решения и алгоритм</td></tr>
<tr><td colspan="2">$m = n$</td><td colspan="2">$m > n$ или $m < n$</td></tr>
<tr><td colspan="2"></td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

Задача 21. Составьте круги Эйлера-Венна на одном чертеже:

1. Матрицы общего вида
2. Векторы
3. Квадратные матрицы
4. Нулевые матрицы
5. Единичные матрицы
6. Нуль-вектор

7. $A=\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Задача 22. Расшифровать алгоритм скрытый в схеме решений системы из m линейных уравнений с n переменными:



Задачи на действия по сопоставлению учебного материала с текстами компьютерных математических систем

Решения основных типов задач по линейной алгебре в системе Mathcad интуитивно знакомы студентам, поскольку внешнее представление задач в системе схоже с записями в тетрадях. Важной становится создание условий для осознания студентами необходимости понимания математики для применения компьютерных систем для решения математических задач. Так, в ходе решения задач при возникновении ошибки или описки студентов необходимо акцентировать внимание на применяемую математическую теорию и корректное ее использование в системе. На рисунках 2.19. – 2.21. приведены примеры решения задач по линейной алгебре в системе Mathcad.

Задача 1. Найти $2A \cdot B - C^T \cdot D$, если матрицы заданы.

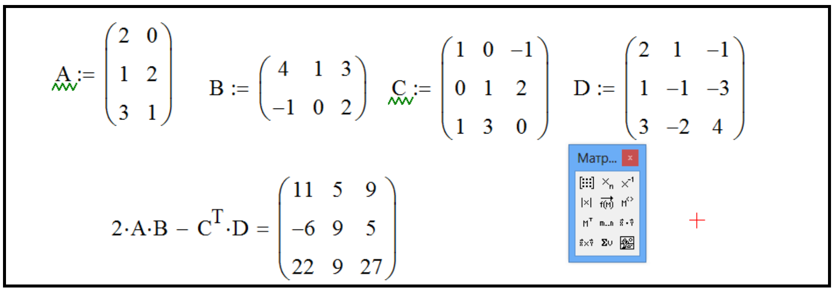


Рисунок 2.19 – Решение задачи в системе Mathcad

Задача 2. Решить систему линейных уравнений $A \cdot X = B$ методом Крамера и матричным методом.

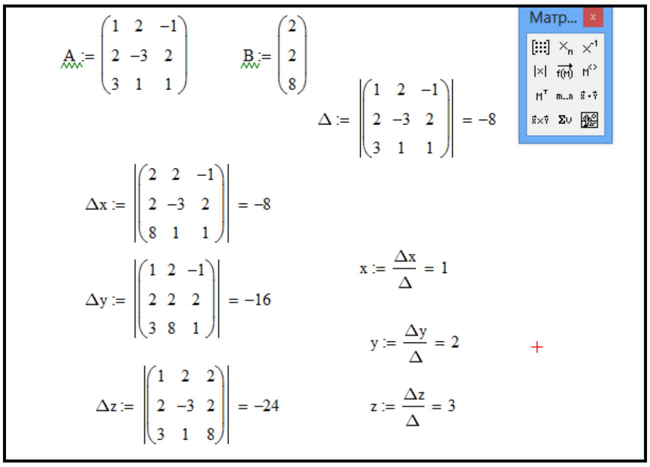


Рисунок 2.20 – Решение системы линейных уравнений методом Крамера в системе Mathcad

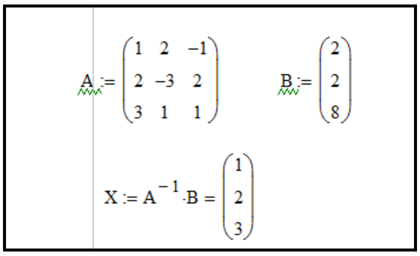


Рисунок 2.21 – Решение системы линейных уравнений матричным методом в системе Mathcad

В Mathcad существует множество встроенных функций, позволяющих реализовать решение различных задач. Так для решения уравнений, систем линейных уравнений существуют соответствующие специальные функции. Поэтому на начальном этапе применение компьютерной программы должно проводиться под руководством преподавателя, который координирует работу студентов в математической системе. При этом важно, чтобы студенты получили первоначальный опыт решения задач. Впоследствии при необходимости студенты смогут узнать больше по любой процедуре и алгоритму решения математических задач из соответствующих учебных материалов (по системе Mathcad существует множество самоучителей).

На рисунках 2. 22 – 2. 25 приведены примеры решения уравнений и систем линейных уравнений с помощью встроенных функций системы Mathcad – Given-Find, solve.

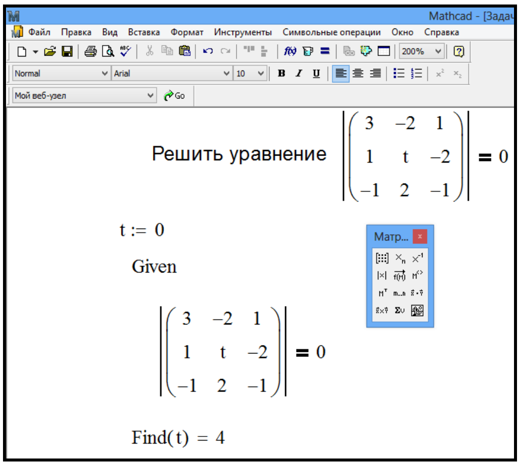


Рисунок 2. 22 – Решение уравнения в системе Mathcad с помощью функции Given-Find

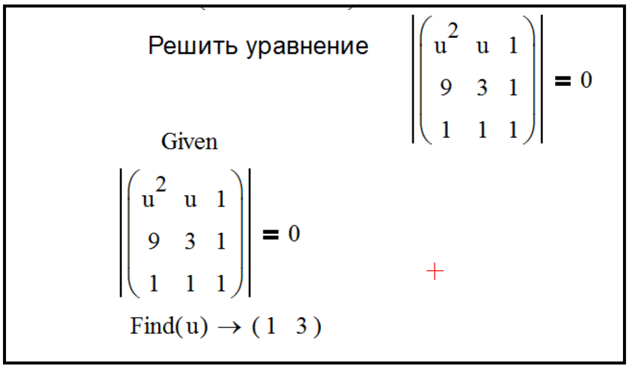


Рисунок 2. 23 – Решение уравнения в системе Mathcad с помощью функции Given-Find

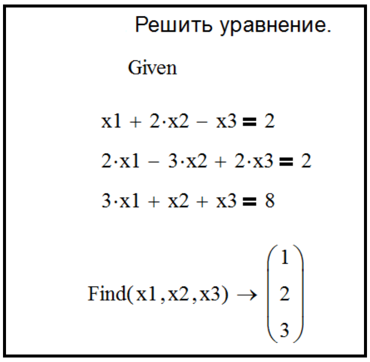


Рисунок 2. 24 – Решение системы линейных уравнений в системе Mathcad с помощью функции Given-Find

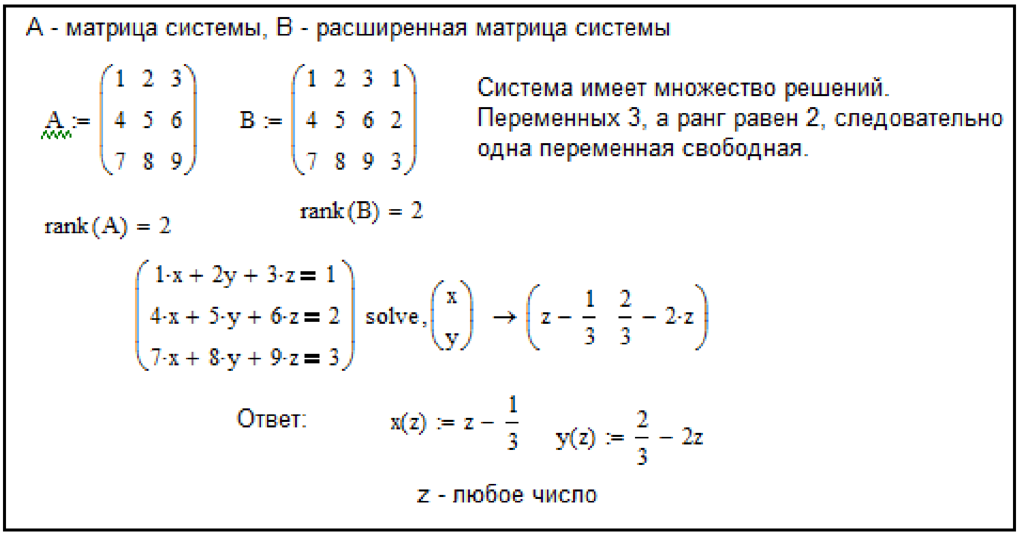


Рисунок 2. 25 – Решение системы линейных уравнений в системе Mathcad с помощью функции solve

Применение математической системы Mathcad на начальном этапе изучения математики должно быть направлено на знакомство с математической программой, и раздел «Линейная алгебра» является благоприятным разделом, на основе которого можно изучить основные ее возможности. Для применения системы Mathcad в дальнейшем необходима организация последовательной и контролируемой самостоятельной работы студентов с системой, так как каждый изучаемый раздел математики имеет особенности и нюансы представления в системе.

Таким образом, система учебных задач по работе с учебным математическим материалом на начальном этапе изучения линейной алгебры в техническом вузе может быть построена через решение ситуационных задач, посредством которых создается поле деятельности студента и содержательная основа для выполнения действий по работе с учебным математическим материалом, таких как: действия по выделению структуры учебного математического материала (по распознаванию компонентов учебного материала), действия по применению теории (по переводу символьных записей в словесную формулировку и обратно), действия по «расшифровке» готовых решений; действия на математическое моделирование условия задачи, действия на выделение «схем» и алгоритмов решения типовых задач, действия на сопоставление учебного материала с текстами компьютерных математических систем.

2. 4. Анализ результатов экспериментальной проверки методики обучения студентов содержательному анализу на начальном этапе формирования профессионально-математических компетенций бакалавра-инженера

Целью экспериментальной части исследования является проверка гипотезы об эффективности предложенной методики обучения алгебре на начальном этапе формирования профессионально-математических компетенций бакалавра-инженера в реальных условиях учебного процесса вуза. В ходе педагогического эксперимента принимали участие около 300 студентов ФГБОУ ВО «Ухтинского государственного технического университета».

На заключительном этапе исследования объем выборки составил 65 человек (32 студентов в контрольной группе и 33 в экспериментальной).

Педагогический эксперимент осуществлялся в несколько этапов с 2010 по 2016 годы: констатирующий этап (2010-2012 гг.), поисковый этап (2012-2013 гг.), формирующий этап (2013 – 2016 гг.).

Констатирующий этап проводился с целью определения актуальности темы диссертационного исследования: изучались нормативно-правовые документы в сфере образования РФ, рабочие и учебные образовательные программы бакалавров-инженеров, проводился анализ научно-методической литературы по теме исследования, уточнялись основные понятия исследования (профессионально-математические компетенции бакалавров-инженеров, особенности начального этапа изучения математики и др.). В результате проведенного теоретического исследования:

- была рассмотрена будущая инженерная деятельностью выпускников и выделены необходимые профессионально-математические компетенции бакалавров-инженеров, формирование которых является целью изучения математики студентами;

- была изучена структура учебной деятельности студентов технических вузов и выделены основные задачи начального этапа изучения математики (обоснована необходимость формирования познавательной мотивации; показано, что владение обобщенными приемами по работе с учебными математическими материалами является предпосылкой к формированию профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров).

Установлено, что проблема формирования приемов по работе с учебным математическим материалом рассматривается в научных исследованиях, но значительное внимание уделяется методикам, касающихся школьного обучения. Специфика учебного математического материала, используемого в вузе (содержательный объем информации, разноуровневость формализации учебного материала, особенности логической составляющих и др.) требует от студентов иных навыков (по сравнению со школьным уровнем) по работе с учебными математическими материалами.

Анализ будущей профессиональной деятельности студентов технических направлений определил, что умения по работе с учебным математическим материалом являются профессионально-значимыми умениями грамотного инженера-бакалавра. Умения по содержательному анализу учебного математического материала могут быть перенесены в профессиональную область. Исходя из вышесказанного, можно заключить, что владение студентами приемами по работе с учебным математическим материалом является необходимым условием изучения математики и формирования профессионально-математических компетенций бакалавра-инженера.

В ходе констатирующего этапа были проведены анкетирование студентов технических направлений, устные и письменные опросы студентов, беседы с преподавателями математики в вузе и в школе. Изучался опыт работы преподавателей в различных школах и вузах.

При изучении математики важной составляющей является мотивация студентов, поэтому проведение первого анкетирования студентов было направлено на установление уровня познавательной мотивации студентов первого курса технических направлений ФГБОУ ВО «Ухтинского государственного технического университета» к изучению математики (Приложение 3). В анкетировании принимали участие 186 студентов. По результатам анкеты выявлено, что изучение математики для студентов является необходимым условием формирования грамотного человека, умеющего мыслить грамотно, логически точно. Большинство учащихся уверены, что без математики невозможно качественное изучение дисциплин по выбранному направлению подготовки. В целом можно отметить, что студенты первого курса на начальном этапе мотивированы к изучению математики. Несмотря на это, в процессе изучения математики в вузе зачастую возникают определенные трудности, о чем свидетельствуют баллы, получаемые студентами за работу в семестре (в условиях балльно-рейтинговой системы оценки знаний студентов) и итоговые оценки.

Многие преподаватели связывают низкий уровень успеваемости по математике, в частности, отсутствием у студентов навыков самостоятельной работы с учебным математическим материалом, что становится необходимым условием изучения тем, отведенных на самостоятельную работу студентов. Из практики работы со студентами первого курса преподаватели отмечают, что студенты не в достаточной мере способны к выделению основной идеи в новом учебном материале, выявлению наиболее существенных соотношений между уже известными и новыми фактологическими сведениями, затрудняются выделить существенные признаки математических понятий, построить логический вывод из системы математических фактов.

Для определения трудностей при работе с учебными математическими материалами у студентов в данном исследовании воспользовались еще одной анкетой (Приложение 3). В анкетировании принимали участие 173 студента первого и второго курса технических направлений УГТУ. Результаты проведенной анкеты свидетельствуют, что студенты при изучении математики пользуются в большей степени своими записями лекций (56 %), только лишь 10 % опрошенных отметили, что пользуются учебниками по математике. В то же время многие студенты уверены, что при изучении математики использовать дополнительный материал необходимо для получения хорошей и отличной оценки (43%), а также для понимания любого математического материала (20 %). Необходимо отметить и то, что 20 % опрошенных считают, что использовать дополнительный материал в обучении нет необходимости. Среди основных причин, из-за которых возникают проблемы при самостоятельной работе с учебными математическими материалами, студенты выделяют неумение находить нужную информацию быстро (20 %), отсутствие навыков работы с математической символикой (27 %), а так же разный уровень представления в разных учебниках (26%).

Студенты уверены, что для качественного изучения математики необходима самостоятельная работа с дополнительными учебными материалами по математике, но признают, что не владеют приемами работы с ними.

Для проверки сформированности навыков по работе с учебным математическим материалом для студентов второго курса направления «Нефтегазовое дело» было проведено занятие, на котором им было предложено самостоятельно изучить параграф «Показательное распределение случайной величины» раздела «Случайные величины», а затем решить предложенные задачи. В качестве учебного материала были выбраны учебники В. Е. Гмурмана «Теория вероятностей и математическая статистика» и «Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике». Задачи для решения были сгруппированы по уровню сложности в три группы, соответствующие профессионально-математическим компетенциям (базовые составляющие математических компетенций, математико-технологические составляющие компетенций, экспериментально-исследовательские составляющие).

Во время занятия преподаватель проводил со студентами индивидуальные беседы, оказывая необходимую помощь. Каждый студент, изучив учебный материал по теме, должен был законспектировать его, затем решить задачи различного уровня сложности (уровень сложности студенты выбирали самостоятельно, каждый вид задач оценивался в определенное количество баллов). Необходимо заметить, что самостоятельная работа студентов с учебным материалом была сопряжена с некоторыми трудностями:

- нахождение в учебниках параграфа, соответствующего названной теме, т. к. на предыдущих занятиях работа организована была по лекциям, где каждый параграф лекции последовательно применялся для решения задач на практических занятиях соответственно;

- выделение основных составляющих учебного параграфа для записи их в конспекте лекции (студенты готовы были записать весь параграф в свою тетрадь).

Изучив материал, студенты начинали выполнять задания первого либо второго уровня. Практически никто из студентов не приступает к выполнению заданий третьего уровня.

После проведения нескольких таких занятий наблюдались улучшения в работе студентов с учебными математическими материалами и значительная активизация деятельности студентов по работе с учебниками. При организации работы студентов данным образом появилась возможность осуществлять контроль студентов на каждом занятии, а у студентов возникла необходимость проявлять активность на каждом занятии, в отличие от традиционных форм практических занятий с работой у доски. При проведении контрольной работы выяснилось, что именно те темы, по которым проводилась работа с использованием данной методики, были лучше усвоены.

В результате проведения констатирующего этапа эксперимента были сделаны выводы о том, что:

- необходимо разработать методику преподавания математики, направленную на формирование приемов по работе с учебными математическими материалами (приемов содержательного анализа учебного материала), как предпосылками к формированию профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров технического вуза;

- целесообразно использовать дуальную подачу учебного материала с последующей организацией деятельности на их сопоставление;

- необходимо формировать приемы по работе с учебными математическими материалами уже на начальном этапе изучения математики.

После разработки методики, базирующейся на основных положениях, рассматриваемых в параграфе 2.1., для проведения дальнейшего эксперимента была проведена следующая работа:

- составлен план изучения математики в первом семестре с выделением из семестрового календарного плана учебного материала, оптимального для формирования приемов по работе с учебным материалом;

- отобраны и составлены учебные математические материалы, на основе которых будут проводиться занятия по математике по разобранной методике;

- составлен банк задач, ориентирующих деятельность студентов на работу с учебными математическими материалами (ситуационные задания);

- разработаны этапы формирования у студентов приемов по работе с учебными математическими материалами, включающие в себя обучение студентов приемам самостоятельной работы с учебными материалами путем организации учебной деятельности с использованием дуальной подачи материала и решения соответствующих задач;

- определены критерии сформированности умений по выполнению содержательного анализа учебного материала, соответствующие профессионально-математическим компетенциям (отобраны задания для их определения).

В ходе поискового этапа педагогического эксперимента постепенно формировался банк задач и учебных материалов по каждой из изучаемых тем первого семестра. На практических занятиях использовалась дуальная подача материала с использованием ситуационных задач на различные действия по выделению структуры учебного материала, по распознаванию компонентов учебного материала, действий по применению теории, действий по переводу символьных записей в словесную формулировку и обратно, действий по «расшифровке» готовых решений, на математическое моделирование задач, действий на выделение «схем» и алгоритмов решения задач, действий на сопоставление учебного материала с текстами компьютерных математических систем. Проводились занятия студентов по решению математических задач с использованием математической системы Mathcad. Учебные математические материалы и учебные задания составлялись на основе учебников и задачников для студентов технических направлений вузов (Д. В. Беклемишев, П. Е. Данко, И. А. Каплан, Т. Я. Кожевникова, В. П. Минорский, Д. Т. Письменный, А. Г. Попов, В. С. Шипачев и др.) и разработок преподавателей кафедры высшей математики УГТУ [13, 46, 65, 97, 110, 137, 174 и др.].

На основании проведенного диссертационного исследования были выделены составляющие профессионально-математических компетенций (базовые, математико-технологические, экспериментально-исследовательские), формирование и развитие которых является целью изучения математики в техническом вузе. В связи с этим, учебные задания для студентов, направленные для определения уровня владения приемами по выполнению содержательного анализа учебного материала, также были разделены на три уровня. Выделенные составляющие профессионально-математических компетенций послужили критериями для отбора предлагаемых студентам задач. Соответствие составляющих профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров и уровней учебных заданий представлено в Таблице 2. 2.

Таблица 2.2.

Составляющие профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров и соответствующие уровни учебных заданий

Составляющие профессионально-математических компетенций	***Состав компетенции***	***Уровень выполняемых учебных заданий***
Базовые профессионально-математические компетенции	Иметь представление об основных понятиях изучаемого математического раздела и уметь выделить их из всего объема математических понятий, объектов и структур.	Задания, требующие применения изученного материала в стандартных заданиях (знакомой ситуации, например, на основе разобранных задач), распознавать математические объекты и их свойства, применять известные алгоритмы и вычислительные навыки. Применение компьютерной математической системы к решению задач по заданному алгоритму (под

		руководством преподавателя) или разобранному образцу.
Математико-технологические профессионально-математические компетенции	Видеть возможности и особенности применения изучаемых математических структур для описания реальных процессов, возможность кодирования имеющейся информации с помощью соответствующей математической символики, теории. Уметь анализировать и синтезировать полученную информацию; уметь находить необходимую информацию по математике.	Задачи, которые не являются типовыми, но отличающиеся от них фабулой или необходимостью применения нескольких алгоритмов, методами построения простейших математических моделей. Применение компьютерной математической системы к решению различных задач, собственная разработка алгоритмов решения.
Экспериментально-исследовательские профессионально-математические компетенции	Уметь применять различные математические методы для решения задач, уметь анализировать полученные результаты, уметь устанавливать междисциплинарные связи, уметь искать и получать новую информацию по математике, уметь репродуцировать имеющуюся информацию. Владеть методами построения математических моделей типовых профессиональных задач.	Задачи, для решения которых требуются дополнительные размышления и творческий подход, применение знаний из различных разделов курса математики, правильный выбор необходимой математической теории, самостоятельная разработка алгоритма действий.

Например, при формировании банка задач для проверки сформированности умений по выполнению содержательного анализа учебного материала по теме «Определители» были отобраны следующие задания.

Базовый уровень – умения применять основные алгоритмы решения определителей.

Вариант 1

1. Вычислите определитель по правилу:

а) $\begin{vmatrix} 1 & -8 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} \sin x & \cos x \\ -\cos x & \sin x \end{vmatrix}$

2. Вычислите определитель методом треугольника (Саррюса)

а) $\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 4 & 0 & -5 \\ -5 & -6 & 2 \end{vmatrix}$, б) $\begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$

3. Вычислите определитель разложением по элементам третьего столбца:

$$\begin{vmatrix} 8 & 7 & 0 & 1 \\ 2 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

Математико-технологический уровень – умение применить изученные алгоритмы для решения задач, сформулированных в нестандартном виде.

Вариант 2

1. Упростите определитель и вычислите: $\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix}$

2. Сведите вычисление определителя 4 порядка к вычислению определителя третьего и второго порядка путем элементарных преобразований над строками (столбцами) определителя: $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 4 & -2 & 3 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

3. Решите уравнение: а) $\begin{vmatrix} 1 & x+2 \\ x-1 & -3x-2 \end{vmatrix} = 0$, б) $\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$

Экспериментально-исследовательский уровень – умение решать нестандартные задачи, для решения которых необходимо не только знание основных свойств определителей и алгоритмов вычисления, но и некоторая исследовательская деятельность поиска необходимого алгоритма решения задачи.

Вариант 3

1. Не вычисляя определителей, докажите справедливость равенств:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 17 \\ 2 & 4 & 15 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix} = 0$, б) $\begin{vmatrix} \sin^2\alpha & \cos^2\alpha & \cos 2\alpha \\ \sin^2\beta & \cos^2\beta & \cos 2\beta \\ \sin^2\varphi & \cos^2\varphi & \cos 2\varphi \end{vmatrix} = 0$

в) $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ad \end{vmatrix} = (b-a)(c-b)(c-a)$

2. Докажите, что площадь треугольника на плоскости может быть вычислена по формуле $S = \pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$, если вершины треугольника имеют координаты $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$, $(x_3; y_3)$.

3. Найдите члены определителя, содержащие x^4 и x^3: $\begin{vmatrix} 5x & 1 & 2 & 3 \\ x & x & 1 & 2 \\ 1 & 2 & x & 3 \\ x & 1 & 2 & 2x \end{vmatrix}$

Поисковый эксперимент показал, что формирование профессионально-математических компетенций студентов опирается на владение студентами приемами по работе с учебными математическими материалами – приемами содержательного анализа учебного материала. Основные положения методики были скорректированы и приняли вышеописанный вид (параграф 2.1. и 2.2.).

В ходе формирующего этапа эксперимента (2012-2016 г.) была внедрена и апробирована на практике методика обучения алгебре на начальном этапе изучения математики, позволяющая создать условия для формирования у студентов умений по выполнению содержательного анализа учебного материала. Целью проводимой экспериментальной работы являлось:

- проверка эффективности обучения бакалавров-инженеров первого курса приемам содержательного анализа учебного математического материала;

- подтверждение или опровержение выдвинутой гипотезы исследования;

- оформление диссертационной работы.

Участниками формирующего эксперимента были студенты первого курса ФГБОУ ВО «Ухтинского государственного технического университета», поступившие в 2012 году на направление подготовки «Нефтегазовое дело» (2 группы, обучающиеся по одной учебной программе, всего 65 человек). Из них были выбрана одна экспериментальная группа (33 студента) и одна контрольная (32 студента).

В процессе проведения эксперимента отслеживались изменения сформированности умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала. В начале эксперимента была проведена письменная работа студентов. Задания для определения начального уровня были составлены по школьным учебникам и материалам Единого Государственного Экзамена по математике. Задачи согласно выделенным критериям разделены на три группы и студентам самостоятельно предлагалась выбрать соответствующий уровень.

Уровень компетенций считался достигнутым в том случае, если студент выполнил соответствующие этому уровню задания с незначительными ошибками. Результаты контрольной работы приведены ниже (таблице 2. 3, рисунке 2.26).

Таблица 2. 3.

Результаты измерений сформированности профессионально-математических компетенций до эксперимента в контрольной и экспериментальной группах

Составляющие профессионально-математических компетенций	*Контрольная группа*	*Экспериментальная группа*
базовый	17 чел. (53 %)	21 чел. (61 %)
математико-технологический	10 чел (31 %)	8 чел. (24 %)
экспериментально-исследовательский математический	5 чел (16 %)	5 чел. (15 %)

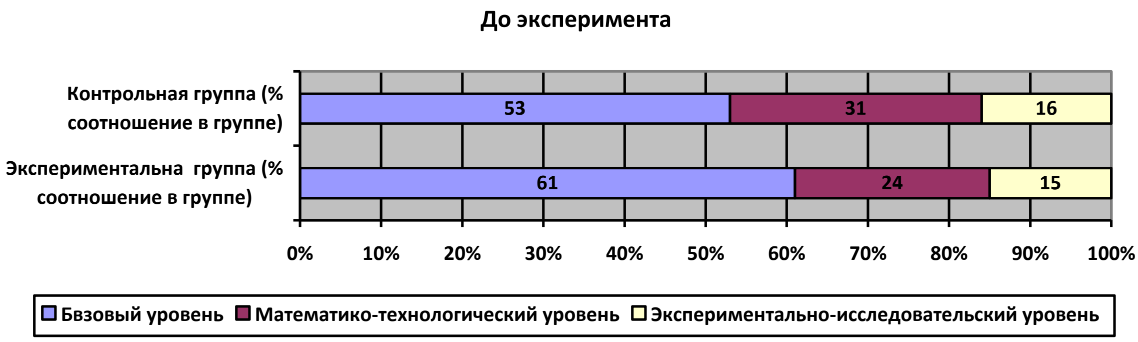


Рисунок 2. 26 – Диаграмма сформированности профессионально-математических компетенций в контрольной и экспериментальной группе до эксперимента

Так как результаты измерений получены в порядковой шкале и число градаций равно 3, то для оценки достоверности результатов был проведен статистический анализ полученных данных с помощью критерия χ^2 [102]. В качестве нулевой гипотезы выдвинем гипотезу H_0: характеристики экспериментальной и контрольной групп совпадают. Альтернативная гипотеза H_1: характеристики экспериментальной и контрольной группы считаются различными. Эмпирическое значение χ^2 вычисляется по следующей формуле:

$$\chi^2_{набл} = M \cdot N \cdot \sum_{i=1}^{L} \frac{\left(\frac{n_i}{N} - \frac{m_i}{M}\right)^2}{n_i + m_i}, \qquad (2.1)$$

где M=32, N=33 – число студентов в экспериментальной и контрольной группах; L=3 – число градаций (уровни владения приемами содержательного анализа); n_i, m_i – количество студентов, владеющих каждым уровнем профессионально-математических компетенций. Проведенные расчеты приведены в таблице 2. 4.

Таблица 2.4.

Вычисление характеристики $\chi^2_{набл.}$ по формуле (2.1)

	n_i	m_i	n_i%	m_i%	$\left(\frac{n_i}{N} - \frac{m_i}{M}\right)^2$	n_i+m_i	$\frac{\left(\frac{n_i}{N} - \frac{m_i}{M}\right)^2}{n_i + m_i}$	$\chi^2_{набл.}$
	17	20	53,125	60,60606061	0,005596627	37	0,00015126	0,450187403

	10	8	31,25	24,24242424	0,004910612	18	0,000272812	
	5	5	15,625	15,15151515	2,24188E-05	10	2,24188E-06	
сумма	32	33	100	100		65	0,000426314	

Таким образом, получили $\chi^2_{набл.}= 0{,}45$, а $\chi^2_{крит.} = 5{,}99$ при уровне значимости $\alpha=0{,}05$ и числа градаций 3 [1].

Так как $\chi^2_{набл.}< \chi^2_{крит.}$, то можно заключить, что характеристики экспериментальной и контрольной групп не противоречат с уровнем значимости 0,05 по статистическому критерию χ^2, т. е. исходное состояние уровня компетенций в контрольной и экспериментальной группах не имеет статистически значимых различий.

Далее обучение в экспериментальной группе проводилось по предложенной методике. По итогам изучения осуществлялся мониторинг уровня достижения профессионально-математических компетенций по изученным темам раздела «Линейная алгебра» – контрольная работа, контроль самостоятельной работы, письменный опрос на итоговом занятии.

Реализация разработанной методики строилась на основных этапах, сущность и содержание которых описаны в диссертационной работе (методологический этап, иллюстративный этап, тренировочный этап, этап познавательной самостоятельности). Выделенные этапы были реализованы в течение изучения курса математики на содержании тем «Комплексные числа», «Линейная алгебра».

После изучения раздела «Линейная алгебра» студентам была предложена самостоятельная письменная работа. Задания для определения уровня владения приемами содержательного анализа учебного материала были разделены на три группы, студентам самостоятельно предлагалась выбрать соответствующий уровень и решить задачи (примеры заданий в Приложении 4).

Определенный уровень владения приемами содержательного анализа считался достигнутым в том случае, если студент выполнил задания, соответствующие уровню с незначительными ошибками. Результаты проведенного мониторинга помещены ниже (в таблице 2. 5. и рисунке 2. 27).

Таблица 2.5

Результаты измерений сформированности профессионально-математических компетенций в контрольной и экспериментальной группах по окончании эксперимента

Составляющие профессионально-математических компетенций	*Контрольная группа*	*Экспериментальная группа*
базовый уровень	18 чел. (56 %)	7 чел. (21 %)
математико-технологический уровень	10 чел (31 %)	17 чел. (52 %)
экспериментально-исследовательский математический уровень	4 чел (13 %)	9 чел. (27 %)

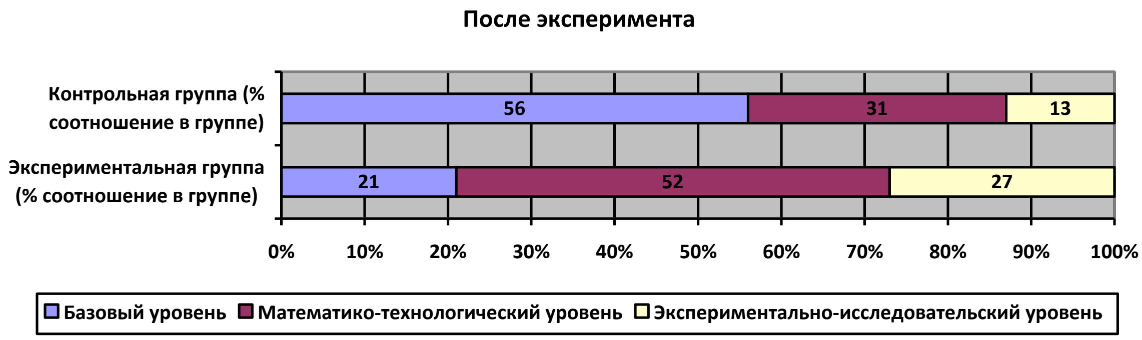


Рисунок 2. 27 – Диаграмма сформированности компетенций в контрольной и экспериментальной группе после эксперимента

Далее был проведен статистический анализ полученных результатов с помощью критерия χ^2. В качестве нулевой гипотезы принимаем гипотезу H_0: характеристики экспериментальной и контрольной групп совпадают. Альтернативная гипотеза H_1: характеристики экспериментальной и контрольной группы считаются различными. Проведенные расчеты приведены в таблице 2. 6.

Таблица 2.6

Вычисление характеристики $\chi^2_{набл.}$ по формуле (2.1)

	n_i	m_i	n_i%	m_i%	$\left(\frac{n_i}{N}-\frac{m_i}{M}\right)^2$	n_i+m_i	$\frac{\left(\frac{n_i}{N}-\frac{m_i}{M}\right)^2}{n_i+m_i}$	χ^2
	18	7	56,25	21,21212121	0,122765295	25	0,004910612	8,564534231
	10	17	31,25	51,51515152	0,041067637	27	0,001521024	
	4	9	12,5	27,27272727	0,021823347	13	0,001678719	
сумма	32	33	100	100		65	0,006733558	

Были получены следующие значения: $\chi^2_{набл.}$= 8,56, а $\chi^2_{крит.}$ = 5,99 при уровне значимости α=0,05 и числа градаций три. Так как $\chi^2_{набл.} > \chi^2_{крит.}$, то можно заключить, что имеются различия характеристик экспериментальной и контрольной групп по статистическому критерию χ^2 , т. е. исходное состояние уровня профессионально-математических компетенций в контрольной и экспериментальной группах имеет статистически значимые различия.

Полученные результаты проведенного исследования позволяют проследить изменения в сформированности уровней владения приемами содержательного анализа учебного материала. Сопоставляя полученные в ходе эксперимента результаты, можно заметить, что в экспериментальной группе увеличилось количество студентов, достигнувших математико-технологического и экспериментально-исследовательского математического уровня, а в контрольной группе показатели уровня сформированности профессионально-математических компетенций изменились незначительно.

Результаты проведенного эксперимента демонстрируют эффективность предложенной методики обучения линейной алгебре инженеров-бакалавров технического вуза на начальном этапе математической подготовки. Кроме того, по результатам дальнейших наблюдений можно констатировать, что методика обучения приемам содержательного анализа учебного математического материала, как предпосылка к формированию профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров, способствует развитию необходимых навыков самостоятельной работы.

Компоненты разработанной методики описаны в исследовании на примере обучения линейной алгебре, однако педагогический эксперимент проводился и при изучении следующих разделов математики: «Векторная алгебра», «Аналитическая геометрия», «Элементы математического анализа». Статистическая обработка результатов эксперимента проводилась по результатам обучения линейной алгебре, но качественная оценка результатов педагогического эксперимента позволяет сделать вывод об эффективности разработанной методики при обучении и по другим разделам курса математики в техническом вузе. Как показал эксперимент, во втором семестре при изучении математики экспериментальные группы показали большую скорость усвоения нового материала (на практических занятиях успевали решать больше задач и более высокого уровня сложности), чем контрольные группы. Преподаватели профессиональных дисциплин отмечают, что экспериментальные группы легче используют математический аппарат, умеют пользоваться математическими справочниками, математической литературой, необходимой для изучения специальных дисциплин.

Таким образом, полученные в ходе педагогического эксперимента результаты сформированности приемов по выполнению содержательного анализа учебного математического материала доказывают, что гипотеза диссертационного исследования подтвердилась. Если на начальном этапе подготовки в техническом вузе при изучении алгебры будет осуществляться обучение содержательному анализу математического материала, то это повысит качество изучения алгебры и создаст условия для освоения студентами математического моделирования и применения его в дальнейшем при изучении профессиональных дисциплин.

Выводы по главе 2

Во второй главе диссертационного исследования получены следующие выводы.

1. Разработана модель организации учебной деятельности студентов, направленной на формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала на начальном этапе изучения алгебры. Реализация этапов данной модели построена в соответствии с теорией поэтапного формирования ориентировочной основы умственных действий.

2. Составлена система учебных заданий по алгебре, способствующая формированию умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала и направленная на выполнение действий с учебным материалом (действия по выделению структуры учебного математического материала, действия по применению теории (по переводу символьных записей в словесную формулировку и обратно), действия по «расшифровке» готовых решений, действия на математическое моделирование условия задачи, действия на выделение «схем» и алгоритмов решения типовых задач, действия на сопоставление учебного материала с текстами компьютерных математических систем).

3. Опытно-экспериментальная проверка гипотезы исследования свидетельствует о том, что разработанная методика обучения алгебре на начальном этапе изучения математики, направленная на формирование у студентов умений по выполнению содержательного анализа учебного материала, способствует формированию профессионально-математических компетентностей студентов технического вуза. Это дает основание считать, что гипотеза настоящего исследования подтверждена, а его задачи решены.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выполненное исследование по разработке методики обучения студентов содержательному анализу математического материала при изучении алгебры в техническом вузе и опытно-экспериментальная работа по проверке ее эффективности позволили сделать следующие выводы.

1. Ведущая цель изучения математики в техническом вузе состоит в создании базы (фундамента) для формирования профессионально-математических компетенций бакалавров-инженеров. Приоритетом в обучении математике в техническом вузе является направленность на понимание смысла изучаемых математических объектов, что в большей степени относится к формированию умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала. Овладением этими умениями на начальном этапе подготовки в вузе позволяет запустить механизм освоения методами математического моделирования применительно к профессиональной области.

2. К умениям по выполнению содержательного анализа учебного математического материала, соответствующим профессионально-математическим компетенциям бакалавра-инженера, относятся: определение структуры компонентов математического материала (дефиниции, теоремы, доказательства, алгоритмы и др.), запись их с помощью математической символики; выделение существенных признаков понятий; установление соотношений (логических и смысловых) между фактологическими сведениями; построение цепочек обобщения (понятий, примеров, способов решения задач и т.п.); приведение примеров и контрпримеров (математических понятий, конструкций и т. д.); визуализация математических соотношений с помощью прикладных программных продуктов.

3. Алгебраический материал имеет преимущества для обучения содержательному анализу: прозрачность математических методов (в логико-математической структуре основных компонентов содержания, концептуальных подходов к построению математических теорий, логической форме выражения получения математических фактов, принципов построения математических моделей и возможностей их интерпретаций), сходство со школьной математикой

по уровню абстрактности изучаемых понятий. Эти преимущества позволяют рассматривать алгебру в качестве первого раздела, изучаемого в курсе математики технического вуза. Сформулированы требования к структуризации алгебраического материала, используемого для организации учебной деятельности студентов по выполнению содержательного анализа (многоликость, дополняемость, минимальная достаточность).

4. Построена модель организации учебной деятельности студентов (на начальном этапе вузовской подготовки), направленная на выполнение содержательного анализа учебного математического материала. Она базируется на дидактических принципах в следующей интерпретации:

- методологизация содержания обучения: содержание обучения математике на начальном этапе подготовки в техническом вузе должно раскрывать методологические знания о математических понятиях, методах, принципах построения теорий, структуре определений и теорем, правил получения выводов;

- направленность на структуризацию компонентов математического материала: иллюстрация с элементами визуализации (в т.ч. с использованием компьютерных математических систем), схематизация компонентов содержания (определений, теорем, доказательств и др.), алгоритмизация (построение способов решения), сопоставление (понятий, примеров, трактовок и т.д.);

- приоритетность учебных действий по установлению содержательных связей: установление соотношений в математическом материале по уровню абстрактности изучаемых понятий, использование аналогий, преемственность с ранее изученным материалом необходимо «раскрывать» на конкретном математическом материале с последующим обобщением.

Реализация модели организации учебной деятельности студентов, направленной на формирование умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала при изучении алгебры в техническом вузе, возможна построением методики обучения алгебре, в которой характер учебной деятельности студентов смещается в сторону увеличения доли самостоятельности в выполнении содержательного анализа математического материала (работа под руководством преподавателя – работа по образцу – работа по инструкциям – самостоятельное выполнение) за счет изменения формы структуризации учебного математического материала, соответствующего правилам построения математических теорий (готовый структурированный материал, частично структурированный материал, неструктурированный материал). Методика обучения содержательному анализу математического материала при изучении алгебры в техническом вузе строится на идее поэтапного формирования умственных действий (методологический этап, иллюстративный, тренировочный и этап познавательной самостоятельности).

5. Разработаны требования к учебным математическим заданиям, ориентирующим работу студента по выполнению содержательного анализа математического материала. Составлена система учебных задач по алгебре, способствующая формированию умений по выполнению содержательного анализа учебного математического материала и направленная на выполнение определенных действий с учебным материалом (действия по выделению структуры учебного математического материала, по применению математической теории, по переводу символьных записей в словесную формулировку и обратно, по «расшифровке» решений, действия на выделение «схем», алгоритмов решения типовых задач, действия на сопоставление учебного материала с текстами компьютерных математических систем).

6. Опытно-экспериментальная проверка гипотезы свидетельствует, что усовершенствованная методика обучения алгебре на начальном этапе способствует формированию умений по выполнению содержательного анализа учебного материала студентами технического вуза и повышает качество изучения алгебры. Сформированные умения имеют свойство мобильности, т. е. переносимы на применение методов математического моделирования в дальнейшем при изучении профессиональных дисциплин. Это дает основание считать, что гипотеза настоящего исследования подтверждена, а его задачи решены.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Абрамова, Г. С. Возрастная психология: учеб. пособие для студентов вузов. – М.: Издательский центр «Академия», 1999. – 672 с.

2. Актуальные вопросы формирования интереса в обучении. Учеб. пособие для слушателей ФПК директоров общеобразоват. школ и в качестве учеб. пособия по спецкурсу для студентов пед. институтов / Г. И. Щукина, В. Н. Липник, А. С. Роботова и др.; Под ред. Г. И. Щукиной. – М.: Просвещение, 1984. – 176 с.

3. Алгебраические структуры: методические указания для студентов первого курса / Е. Н. Мотрюк, О. А. Сотникова, М. Г. Миронова, М. С. Хозяинова. – Ухта: УГТУ, 2010. – 40 с.

4. Анисова, Т. Л. Формирование математических компетенций бакалавров технического вуза на основе адаптивной системы обучения: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Т. Л. Анисова. – Москва, 2013. – 24 с.

5. Арнольд, В. И. Математическая безграмотность губительнее костров инквизиции («Известия», 16.01.1998) [Электронный ресурс] / В. И. Арнольд. – Режим доступа: http://www.mccme.ru/edu/index.php?ikey=viarn.

6. Арнольд, В. И. «Жесткие» и «мягкие» математические модели / В. И. Арнольд. – М.: МЦНМО, 2000. – 32 с.

7. Арыдин, В. М. Учебная деятельность студентов / Справочное пособие для абитуриентов, студентов и молодых преподавателей / В. М. Арыдин, Г. А. Атанов. – Донецк: «ЕАИ-пресс», 2000. – 30 с.

8. Атаханов, Р. А. Математическое мышление и методики определения уровня его развития / Р. А. Атаханов; под науч. ред. В. В. Давыдова. – Рига, 2000. – 208 с.

9. Афанасьев, В. В. Педагогические технологии управления учебно-познавательной деятельностью студентов в высшей профессиональной школе: дис. … доктора педагогических наук: 13.00.01 / В. В. Афанасьев. – М., 2003. – 497 с.

10. Бабанский, Ю. К. Оптимизация учебно-воспитательного процесса / Ю. К. Бабанский. – М.: Просвещение, 1982. – 192 с.

11. Бабанский, Ю. К. Методы обучения в современной общеобразовательной школе / Ю. К. Бабанский – М.: Просвещение, 1985. – 207 с.

12. Бакшаева, Н. А. Психология мотивации студентов: учебное пособие / Н. А. Бакшаева, А. А. Вербицкий. – М.: Логос, 2006. – 184 с.

13. Беклемишев, Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. для вузов / Д. В. Беклемишев. – 10-е изд., испр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. – 304 с.

14. Беспалько, В. П. Слагаемые педагогической технологии / В. П. Беспалько. – М. : Педагогика, 1989. – 192 с.

15. Блехман, И. И. Прикладная математика: предмет, логика, особенности подходов: с примерами из механики / И. И. Блехман, А. Д. Мышкис, Я. Г. Пановко. – М.: КомКнига, 2005. – 376 с.

16. Богачева, Л. С. Компетентность и компетенция как понятийно-терминологическая проблема / Л. С. Богачева // Актуальные вопросы современной педагогики: материалы II междунар. науч. конф. (г. Уфа, июль 2012 г.). – Уфа: Лето, 2012.

17. Болонский процесс: середина пути / Под науч. ред. д-ра пед. наук, проф. В. И. Байденко. – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, Российский Новый Университет, 2005. –379 с.

18. Болотов, В. А. Компетентностная модель: от идеи к образовательной программе / В. А. Болотов, В. В. Сериков // Педагогика. – 2003. –№10.–С. 8–14.

19. Бурдюгова, О. В. Формирование готовности школьника к пониманию текста: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.01 / О. В. Бурдюгова – Оренбург, 2006. – 24 с.

20. Введение в психологию / Под общ. ред. проф. А. В. Петровского.– М.: Издательский центр «Академия», 1996. – 496 с.

21. Вейль, Г. Математическое мышление: Пер. с англ. и нем. / Под ред. Б. В. Бирюкова и А. Н. Паршина. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит, 1989. – 400 с.

22. Вербицкий, А. А. Контекстно-компетентностный подход к модернизации образования / А. А. Вербицкий // Высшее образование в России. – 2010.– № 5.– С. 32-37.

23. Вербицкий, А. А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход : Метод. Пособие / А. А. Вербицкий. – М.: Высш. шк., 1991. – 207 с.

24. Возрастная психология: личность от молодости до старости: учеб. пособие по курсу "Возрастная психология" для студ. и преподавателей вузов / М. В. Гамезо, В. С. Герасимова, Г. Г. Горелова, Л. М. Орлова. – М.: Пед. общество России, 2001. – 270 с.

25. Выготский, Л. С. Педагогическая психология / Л. С. Выготский. – М.: АСТ: Астрель, 2005 – 671 с.

26. Высшая математика для экономистов: учебник для студентов вузов, обуч. по эконом. специальностям / под ред. проф. Н.Ш. Кремера. – М.: ЮНИТИ-ДАНА, 2006. – 479 с.

27. Гадамер, Г.-Г. Истина и метод: основы философской герменевтики / Г.-Г. Гадамер. – М.: Прогресс, 1988. – 670 с.

28. Гальперин, П. Я. Основные результаты исследований по проблеме «Формирование умственных действий и понятий» / П. Я. Гальперин. – М., 1965. – 135 с.

29. Гальперин, П. Я. Введение в психологию: Учебное пособие для вузов. – М.: Книжный дом «Университет», 1999. – 332 с.

30. Гамезо, М. В. Возрастная и педагогическая психология: учеб. пособие для студентов всех специальностей педагогических вузов / М. В. Гамезо, Е. А. Петрова, Л. М. Орлова. — М.: Педагогическое общество России, 2003. – 512 с.

31. Гельфман, Э. Г. Конструирование учебных текстов по математике, направленных на интеллектуальное воспитание учащихся основной школы : дис. … д-ра. пед. наук: 13.00.02 / Э. Г. Гельфман. – Томск, 2004. – 409 с.

32. Гершунский, Б.С. Компьютеризация в сфере образования: Проблемы и перспективы / Б.С. Гершунский – М.: Педагогика, 1987. – 264 с.

33. Глоссарий терминов рынка труда, разработки стандартов, образовательных программ и учебных планов. Европейский фонд образования (ЕФО). 1997 г. – 63 с.

34. Гнеденко, Б. В. Математика и математическое образование в современном мире / Б. В. Гнеденко. – М.: Просвещение, 1985. – 191 с.

35. Граник, Г. Г. Как учить школьников работать с учебником / Г. Г. Граник, С. М. Бондаренко, Л. А. Концевая. – М.: Знание, 1987. – 80 с.

36. Григорьев, С. Г. Методология использования электронных образовательных ресурсов в учебном процессе вуза: учебное пособие / С. Г. Григорьев, В. В. Гриншкун, А. П. Колошеин. – Воронеж: Издательство «Научная книга» – 2012. – 47 с.

37. Гриншкун, В. В. Особенности информатизации образовательного процесса в инновационном техническом вузе / В. В. Гриншкун, О. А. Сотникова // Вестник РУДН. Серия: Информатизация образования. – 2012. - № 3. – С.24-30.

38. Груденов, Я. И. Психолого-дидактические основы методики обучения математике / Я. И. Груденов. – М.: Педагогика, 1987. – 158 с.

39. Груденов, Я. И. Совершенствование методики работы учителя математики: книга для учителя / Я. И. Груденов. – М.: Просвещение, 1990. – 224 с.

40. Давыдов, Ю. С. Болонский процесс и российские реалии / Ю. С. Давыдов. – М.: Моск. психолого-соц. ин-т, 2004. – 132 с.

41. Давыдов, В. В. Виды обобщения в обучении. 2е изд. / В. В. Давыдов. – М.: Педагогическое общество России, 2000. – 480 с.

42. Давыдов, В. В. Проблемы развивающего обучения: Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования / В. В. Давыдов. – М.: Педагогика, 1986. – 240 с.

43. Давыдов, В. В. Концепция учебной деятельности школьников/ В. В. Давыдов, А. К. Маркова // Возрастная и педагогическая психология. – М.: Изд-во МГУ, 1992. – С. 243–259.

44. Далингер, В. А. Федеральный государственный образовательный стандарт нового поколения и системно-деятельностный подход в обучении математике / В. А. Далингер // Фундаментальные исследования. – 2012. – №6 (часть 1) – С. 19–22; Режим доступа URL: www.rae.ru/fs/?section=content&op =show_article&article_id =9999103.

45. Данилин, Г. А. Математические методы с Mathcad: учебное пособие: лабораторный практикум для студентов всех специальностей / Г. А. Данилин, П. А. Курзин, В. М. Курзина. – М.: МГУЛ, 2003. – 152 с.

46. Данко, П. Е. Высшая математика в упражнениях и задачах. В 2 ч. Ч. 1: учеб. пособие для втузов / П. Е. Данко, А. Г. Попов, Т. Я. Кожевникова. – 5-е изд., испр. – М.: Высшая школа, 1999. – 304 с.

47. Дейнега, С. А. Проектно-модульное обучение в техническом вузе / С. А. Дейнега // Ярославский педагогический вестник. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2011. – №3. – Том 2 (Психолого-педагогические науки). – С. 146-151.

48. Доблаев, Л. П. Смысловая структура учебного текста и проблемы его понимания / Л. П. Доблаев. – М.: Педагогика, 1982. – 176 с.

49. Дорофеев, Г. В. Математика для каждого / Г. В. Дорофеев. – М.: АЯКС, 1999. – 292 с.

50. Дьяконов, В. П. MathCAD 2000. Учебный курс / В. П. Дьяконов. – СПб.: Питер, 2001. – 501 с.

51. Епишева, О. Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода: кн. для учителя / О. Б. Епишева. – М.: Просвещение, 2003. – 223 с.

52. Ершов, А. П. Введение в теоретическое программирование: беседы о методе / А. П. Ершов. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1977. – 288 с.

53. Загвязинский, В. И. Теория обучения в вопросах и ответах: Учебное пособие для вузов, изд. 2-е, испр / В. И. Загвязинский. – М.: Academia, 2008. – 160 с.

54. Занков, Л. В. Беседы с учителями / Л. В. Занков. – М.: Просвещение, 1975. – 200 с.

55. Зеер, Э. Ф. Психология профессионального образования : учебник для студ. высш. учеб. заведений / Э. Ф. Зеер. – М.: Издательский центр «Академия», 2009. – 384 с.

56. Зимняя, И. А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования / И. А. Зимняя // Высшее образование сегодня. – 2003. – № 5.

57. Зимняя, И. А. Педагогическая психология: учебное пособие для вузов / И. А. Зимняя; ред. С. И. Дударенок. – Ростов-на-Дону: Феникс, 1997. – 480 с.

58. Ибрагимов, Г. И. Дидактическая подготовка преподавателя высшей школы: проектно-технологический подход / Г. И. Ибрагимов, Е. М. Ибрагимова // Вестник Казанского технологического университета. – 2013 г. – т.16. – С.138–141.

59. Иванов, Д. А. Компетентностный подход в образовании. Проблемы, понятия, инструментарий / Д. А. Иванов, К. Г. Митрофанов, О. В. Соколова. – М.: АПКиПРО, 2003. – 101 с.

60. Игнатьева, Т. В. Конструирование задач-компактов прикладной направленности и их использование в качестве средства совершенствования обучения математике в технических вузах: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Т. В. Игнатьева. – Н.Новгород, 2009. – 22 с.

61. Игошин, В. И. Математическая логика как педагогика математики. Монография / В. И. Игошин. – Саратов: Саратовский гос. ун-т им. Н. Г Чернышевского, 2009. – 359 с.

62. Илларионова, Г. И. Формирование профессионально-математической компетентности будущих инженеров по безопасности технологических процессов и производств: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.08 / Г. И. Илларионова. – Москва, 2008. – 24 с.

63. Ильин, Е. П. Мотивация и мотивы / Е. П. Ильин. – СПб.: Питер, 2002. – 512 с.

64. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / А. Г. Асмолов, Г. В. Бурменская, И. А. Володарская и др.; под ред. А. Г. Асмолова. – М.: Просвещение, 2008. – 151 с.

65. Каплан, И. А. Практические занятия по высшей математике. Часть V / И. А. Каплан. – 2-е изд., стер. – Харьков: Издательство Харьковского Университета, 1972. – 412 с.

66. Клайн, М. Поиск истины: Пер. с англ. / Под ред. и с предисл. В. И. Аршинова, Ю. В. Сачкова. – М.: Мир, 1988. – 295 с.

67. Ковшова, Ю. Н. Исследование эффективности использования математического текста в обучении геометрии: дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / Ю. Н. Ковшова. – Новосибирск, 2002. – 156 с.

68. Козырев, В. А. Высшее образование России в зеркале Болонского процесса: науч.-метод. пособие для педагогических работников вузов / В. А. Козырев, Н. Л. Шубина. – СПб.: Изд-во РГПУ им. А.И. Герцена, 2005. – 429 с.

69. Колмогоров, А. Н. Математика в ее историческом развитии / А. Н. Колмогоров. – М.: Наука, 1991. – 224 с.

70. Колягин, Ю. М. Задачи в обучении математике. Часть I. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся / Ю. М. Колягин. – М., Просвещение, 1977. – 113 с.

71. Колягин, Ю. М. Задачи в обучении математике. Часть II. Обучение математике через задачи и обучение решению задач / Ю. М. Колягин. – М., Просвещение, 1977. – 145 с.

72. Компетентность и проблемы ее формирования в системе непрерывного образования (школа – вуз – послевузовское образование) / науч. ред. проф. И.А. Зимняя; Материалы XVI научно-методической конференции «Актуальные

проблемы качества образования и пути их решения». – М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 2006. – 130 с.

73. Концепция Федеральной целевой программы развития образования на 2006–2010 годы (утв. распоряжением Правительства РФ от 3 сентября 2005 г. № 1340-р).

74. Концепция Федеральной целевой программы развития образования на 2011–2015 годы (утв. распоряжением Правительства РФ от 7 февраля 2011 г. № 163-р).

75. Краевский, В. В. Общие основы педагогики: Уч. для студ. высш. пед. уч. зав / В. В. Краевский – М.: Издательский центр «Академия», 2008. – 256 с.

76. Крутецкий, В. А. Основы педагогической психологии / В.А. Крутецкий – М. : Просвещение, 1972. – 253 с.

77. Крутицкая, Н. Ч. Линейная алгебра в вопросах и задачах: учебное пособие для студентов вузов по спец. «Физика» и «Прикл. математика» / Н. Ч. Крутицкая, А. А. Шишкин. – М.: Высш. школа, 1985. – 120 с.

78. Кудрявцев, Л. Д. Современная математика и ее преподавание / Л. Д. Кудрявцев. – М.: Наука. Главная редакция физико-математической литературы. – 1980. – 143 с.

79. Кулюткин, Ю. Н. Индивидуальные различия в мыслительной деятельности взрослых учащихся / Ю. Н. Кулюткин, Г. С. Сухобская. – М.: Педагогика, 1971. – 111 с.

80. Кулюткин, Ю. Н. Исследование познавательной деятельности учащихся вечерней школы: самоорганизация познавательной активности личности как основа готовности к самообразованию / Ю. Н. Кулюткин, Г. С. Сухобская. – М.: Педагогика, 1977. – 152 с.

81. Лабораторные и практические работы по методике преподавания математики / Е. И. Лященко, К. В. Зобкова, Т. Ф. Кириченко и др.; под ред. Е. И. Лященко. – М.: Просвещение, 1988. – 223 с.

82. Лебедев, О. Е. Компетентностный подход в образовании / О. Е. Лебедев // Школьные технологии. – 2004. – № 5. – С. 3–21.

83. Левовицки, Т. Применение технических дидактических средств в процессе обучения // Современная высшая школа. – М. – 1985, № 3. – С. 169-171.

84. Леонтьев, А. Н. Избранные психологические произведения: В 2 т. Т. 1 / А. Н. Леонтьев. – М.: Педагогика, 1983. – 392 с.

85. Лернер, И.Я. Учебный предмет, тема, урок / И. Я. Лернер. – М.: Знание, 1988. – 80 с.

86. Лопаткина, Е. В. Дидактические средства формирования у школьников опыта работы с учебным текстом в условиях современного образования: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.01 / Е. В. Лопаткина – Владимир, 2009. – 26 с.

87. Лосева В. К. Психосексуальное развитие ребенка / В. К. Лосева, А. И. Луньков. – М.: А.П.О., 1995. – 52 с.

88. Лященко, Е. И. Герменевтические аспекты проблемы понимания математического (учебного) текста в высшей школе / Е. И. Лященко, О. А. Сотникова // Казанская наука. Сборник научных статей № 8, 2011. – Казань: Казанский издательский дом, 2011. – С. 275-278.

89. Макаров, Е. Г. Инженерные расчеты в Mathcad: учебный курс / Е. Г. Макаров. – СПб.: Питер, 2011. – 400 с.

90. Математика в современном мире. – М.: Издательство «Мир», 1967. – 205 с.

91. Математика. Учебное пособие для студентов педагогических институтов по специальности №2121 – «Педагогика и методика начального обучения» / Н. Я. Виленкин, А. М. Пышкало, В. В. Рождественская, Л. П. Стойлова. – М.: «Просвещение», 1977. – 352 с.

92. Машбиц, Е. И. Психологические основы управления учебной деятельностью / Е. И. Машбиц. – Киев, 1987. – 231 с.

93. Менчинская, Н. А. Психологические проблемы формирования научного мировоззрения школьников / Н. А. Менчинская. – 1968. – 321 с.

94. Метельский, Н. В. Психолого-педагогические основы дидактики математики / Н. В. Метельский. – Минск: Высшейшая школа, 1997. – 176 с.

95. Методика и технология обучения математике. Курс лекций : пособие для вузов / под научн. ред. Н. Л. Стефановой, Н. С. Подходовой. – М. : Дрофа, 2005. – 416 с.

96. Методические рекомендации по формированию циклов общих математических и естественнонаучных дисциплин, общепрофессиональных дисциплин и специальных дисциплин при разработке образовательных стандартов бакалавров и магистров по специальности в области машиностроения, строительства и природопользования (Разработка проектов ГОС ВПО по направлениям подготовки бакалавров и магистров по специальности в области машиностроения, строительства и природопользования) / Научный руководитель проекта Федоров И. Б. – М., СПб, 2004 г.

97. Минорский, В. П. Сборник задач по высшей математике: учеб. пособие для втузов / В. П. Минорский. – 14-е изд., испр. – М.: Издательство Физико-математической литературы, 2000. – 336 с.

98. Миншин, М. М. Формирование профессионально-прикладной математической компетентности будущих инженеров: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.08 / М. М. Миншин. – Тольятти, 2011. – 24 с.

99. Мордкович, А. Г. О некоторых проблемах школьного математического образования / А. Г. Мордкович // Математика в школе. – 2012. – №10. – С. 35–43.

100. Назиев, А. Х. Гуманитарно ориентированное преподавание математики в общеобразовательной школе: Монография / А. Х. Назиев. – Рязань: Изд-во РИРО, 1999. – 122 с.

101. Новиков, А. М. Российское образование в новой эпохе / Парадоксы наследия, векторы развития / А. М. Новиков. – М.: Эгвес, 2000. – 272 с.

102. Новиков, Д. А. Статистические методы в педагогических исследованиях / Д. А. Новиков. – М.: МЗ-Пресс, 2004. – 67 с.

103. Носков, М. В. Качество математического образования инженера: традиции и инновации / М. В. Носков, В. А. Шершнева // Педагогика, 2006. – № 6. – С. 35-42.

104. Овчинникова, Е. Н. Приемы обучения, способствующие повышению уровня сформированности самостоятельной работы учащихся с учебной книгой / Е. Н. Овчинникова // Известия РГПУ им. А.И. Герцена 2008 №74-2 URL: http://cyberleninka.ru/article/n/priemy-obucheniya-sposobstvuyuschie-povysheniyu-urovnya-sformirovannosti-samostoyatelnoy-raboty-uchaschihsya-s-uchebnoy-knigoy (дата обращения: 07.02.2013)

105. Окулов, М. О фундаментальных основах информатики / С. М. Окулов // Информатика и образование. – 2005. – №1. – С. 26–31.

106. Основные формулы и сведения по математике из курса средней школы: методические указания для студентов технических специальностей / М. Н. Габова, Е. А. Канева, М. Г. Миронова, М. С. Хозяинова. – Ухта: УГТУ, 2011 – 35 с.

107. Официальный сайт Министерства образования и науки РФ [электронный ресурс] http://минобрнауки.рф

108. Пехлецкий, И. Д. Простейшие оценки сложности учебных математических текстов / И. Д. Пехлецкий. – Пермь: Пермский государственный педагогический институт, 1987. – 211 с.

109. Пирумов, У. Г. Численные методы: теория и практика. Учебное пособие для бакалавров / У. Г. Пирумов [и др.]. – М.: Юрайт, 2012. – 421 с.

110. Письменный, Д. Т. Конспект лекций по высшей математике: [в 2 ч.]. Ч. 1 / Д. Т. Письменный. – 10-е изд. – М: Айрис-пресс, 2009. – 288 с.

111. Плахова, В. Г. Формирование математической компетенции у студентов технических вузов: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / В. Г. Плахова. – Пенза, 2009. – 18 с.

112. Плотникова, Е. Г. Концептуальные положения обучения математике в вузе / Е. Г. Плотникова // Высшее образование сегодня. – 2011. – № 3. – С. 48-51.

113. Подлесный, С. А. Высшая инженерная школа России. Путь в мировое сообщество: монография / С. А. Подлесный, Ю. С. Перфильев, М. Т. Решетников, В. К. Балтян. – Томск: Изд-во Томск. гос. ун-та систем упр. и радиоэлектроники, 2005. – 124 с.

114. Подстригич, А. Г. Проектная деятельность учащихся по созданию учебных текстов при изучении математики (на примере темы «Последовательности. Прогрессии»): дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / А. Г. Подстригич. – Томск, 2004. – 207 с.

115. Поспелов, М. В. Вопрос организации работы студентов технических вузов с учебным математическим текстом в условиях информатизации образования / М. В. Поспелов, М. С. Хозяинова // Вестник РУДН. Серия «Информатизация образования». – 2013. – № 3. – С. 14–21.

116. Поторочина, К. С. Развитие познавательной самостоятельности студентов технических вузов в процессе обучения высшей математики: дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / К. С. Поторочина. – Екатеринбург, 2009. – 228 с.

117. Равен, Дж. Компетентность в современном обществе: выявление, развитие и реализация / Пер. с англ. – М., «Когито-Центр», 2002. – 396 с.

118. Распоряжение Правительства Российской Федерации "О концепции долгосрочного социально-экономического развития Российской Федерации на период до 2020 года" от 17 ноября 2008 г. №1662-р.

119. Репкин, В. В. Развивающее обучение: теория и практика. Статьи / В. В. Репкин, Н. В. Репкина. – Томск: "Пеленг", 1997. – 288 с.

120. Рубинштейн, С. Л. О мышлении и путях его исследования / С. Л. Рубинштейн. – М. : АН СССР, 1958. –361 с.

121. Рубинштейн, С. Л. Проблемы общей психологии / С. Л. Рубинштейн. – М.: Педагогика, 1973. – 427 с.

122. Саранцев, Г. И. Методика обучения математике / Г.И. Саранцев. – М.: Просвещение, 2001. – 144 с.

123. Селевко, Г.К. Компетентности и их классификация / Г.К. Селевко // Народное образование. – 2004. – № 4. – С. 138-143.

124. Селькина, Л. В. Структура операционной сферы субъекта учебной математической деятельности / Л. В. Селькина // Вестник Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета. Серия № 1. Психологические и педагогические науки. 2013. №2. URL: http://cyberleninka.ru/article/n/struktura-operatsionnoy-sfery-subekta-uchebnoy-matematicheskoy-deyatelnosti (дата обращения: 20.11.2014).

125. Сигорский, В. П. Математический аппарат инженера / В. П. Сигорский. – Киев: "Техніка", 1975. – 768 с.

126. Скаткин, М. Н. Проблемы современной дидактики / М. Н. Скаткин. – М.: Педагогика, 1984. – 96 с.

127. Сластенин, В. А. Педагогика: Учеб. пособие для студ. высш. пед. учеб. заведений / В. А. Сластенин, И. Ф. Исаев, Е. Н. Шиянов; Под ред. В.А. Сластенина. – М.: Издательский центр "Академия", 2002. – 576 с.

128. Служба тематических толковых словарей. – Режим доступа: http://www.glossary.ru/index.htm

129. Смирнов, С. Д. Педагогика и психология высшего образования: от деятельности к личности : учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / С. Д. Смирнов. – 5-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2010. – 400 с.

130. Сотникова О. А. Герменевтический подход к обучению математике (теоретический аспект): монография / Н. И. Гоза, О. А. Сотникова, Е. Ф. Фефилова. – Сыктывкар: КРАГСиУ, 2008. – 285 с.

131. Сотникова, О. А. Обучение студентов технических вузов приемам работы с учебным математическим текстом / О. А. Сотникова, М. С. Хозяинова // Материалы VIII Международного симпозиума «Фундаментальные и прикладные проблемы науки». – Том 8. – М.: РАН, 2013. – С. 88-94.

132. Сотникова, О. А. К вопросу о развитии гибкости в подходах к решению задач в школьном курсе математики / О. А. Сотникова, М. С. Хозяинова // Проектная и исследовательская деятельность в образовательном пространстве дошкольного учреждения, школы, вуза: материалы Всероссийской научно-практической конференции (09 декабря 2011 года, г. Коряжма) / Отв. ред. К. С. Бажин, сост. О. С. Гаврилова, И. А. Кувардина, С. А. Самсонова; Вятский государственный гуманитарный университет. – Киров: ВятГГУ, 2011. – С. 226-227 (авторский вклад 50 %).

133. Сотникова, О. А. Основные методические положения по формированию приемов работы с учебным математическим материалом студентами технических вузов на начальном этапе изучения математики / О. А. Сотникова, М. С. Хозяинова // Казанская наука. № 6, 2014 г. – Казань: Изд-во Казанский издательский дом, 2014. – С. 201-203.

134. Сотникова, О. А. Изучение высшей алгебры: начальный этап / О. А. Сотникова; под ред. проф. Е. И. Лященко, доц. Е. Яшиной. – Архангельск: Поморский государственный университет, 2002. – 143 с.

135. Сотникова, О. А. Целостность вузовского курса алгебры как методологическая основа его понимания / О. А. Сотникова. – Архангельск: Поморский университет, 2004. – 356 с.

136. Сотникова, О. А. Методологический подход к изучению теоретического материала курса алгебры и теории чисел в педагогическом вузе: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / О. А. Сотникова. – СПб, 1996. – 24 с.

137. Сотникова, О. А. Тренировочные задачи и упражнения по математике для студентов технических вузов: учеб. пособие / О. А. Сотникова, М. Г. Миронова, М. С. Хозяинова. – Ухта: УГТУ, 2013. – 110 с.

138. Сотникова, О. А. Организация деятельности студентов по раскрытию содержательных связей в курсе алгебры педагогического вуза: автореф. дис. ... докт. пед. наук: 13.00.02. – М., 2009. – 44 с.

139. Сотникова, О. А. Содержательные связи курса алгебры педагогического вуза/ О. А. Сотникова // Высшее образование сегодня. – № 8. – 2008. – С. 69–72.

140. Стельмах, Я. Г. Формирование профессиональной математической компетентности студентов – будущих инженеров: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.08 / Я. Г. Стельмах. – Самара, 2011. – 24 с.

141. Столяр, А. А. Педагогика математики: учебное пособие / А. А. Столяр. – Минск: Вышэйшая школа, 1986.– 414 с.

142. Талызина, Н. Ф. Теоретические проблемы программированного обучения / Ф. М. Талызина. – М.: Изд-во МГУ, 1969. – 123 с.

143. Талызина, Н. Ф. Управление процессом усвоения знаний / Ф. М. Талызина. – М.: Изд-во МГУ, 1975. – 344 с.

144. Тарабрина, Т. Б. Проблема формирования мотивации самообразовательной деятельности в теории и практике обучения в вузе / Т. Б. Тарабрина // Образование в техническом вузе в XXI веке: материалы Международной научно-методической и образовательной конференции «Современные технологии в системе среднего и высшего профессионального образования» (2011; Набережные Челны). – Вып. 8. – Набережные Челны: Изд-во Кам. гос. инж.-экон. Акад., 2011. – 188 с.

145. Татур, Ю. Г. Высшее образование: методология и опыт проектирования : учеб. пособие / Ю. Г. Татур. – М.: Логос, 2006. – 252 с.

146. Татьяненко, С. А. Формирование профессиональной компетентности будущего инженера в процессе обучения математике в

техническом вузе: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / С. А. Татьяненко. – Тобольск, 2003. – 24 с.

147. Теоретические сведения и примеры решения задач по математике для студентов I курса факультета безотрывного обучения: методические указания для студентов технических специальностей / Е. В. Пластинина, С. Е. Зубкова, М. Н. Габова, М. С. Хозяинова. – Ухта: УГТУ, 2011. – 51 с.

148. Тесленко, И. Ф. Математические умения социально универсальны / И. Ф. Тесленко // Роль и место задач в обучении математике. – М., 1979. – Вып. 6.

149. Тестов, В. А. Различные подходы к понятию фундаментальности образования / В. А. Тестов // Труды СГА. – М.: Изд.-во СГУ, 2018. № 5.

150. Тесты по математике для студентов технических специальностей: методические указания для студентов технических специальностей / И. И. Волкова, И. Ф. Чупров, Е. В. Пластинина, М. Н. Габова, М. С. Хозяинова. – Ухта: УГТУ, 2010. – 52 с.

151. Тимофеева, И. Л. Комплекс логико-ориентированных задач как средство формирования логической грамотности будущих учителей математики / В. Л. Тимофеева, И. Е. Сергеева // Ярославский педагогический вестник. Научный журнал. – Ярославль: Изд-во ЯГПУ, 2010. – № 1 – С. 69–72.

152. Требования работодателей к специалистам-инженерам. – Режим доступа: http://www.rabotka.ru/infoworker/0173.php

153. Уайтхед, А. И. Избранные работы по философии: пер. с англ. / Сост. И. Т. Касавин: общ. ред. и вступ. сл. М. А. Кисселя. – М.: Прогресс, 1990. – 717 с.

154. Формирование алгоритмической культуры школьника при обучении математике. Пособие для учителей / Авт.: В. М. Монахов и др. – М.: Просвещение, 1978. – 94 с.

155. Франкл, В. Воля к смыслу = The will to meaning. — М.: Апрель Пресс; ЭКСМО-Пресс, 2000. – С. 97.

156. Фридман, Л. М. Учитесь учиться математике / Л. М. Фридман. – М.: Просвещение, 1985. – 112 с.

157. Хинчин, А. Я. Педагогические статьи / А. Я. Хинчин. – М.: Изд-во АПН РСФСР, 1963. – 204 с.

158. Хозяинова, М. С. Вопросы формирования математической логики как основы компьютерной культуры студентов технических вузов / М. С. Хозяинова // Материалы V Всероссийской научно-технической конференции с международным участием «Новые информационные технологии в нефтегазовой отрасли и образовании» (1-2 ноября 2012 г.). – Тюмень: ТюмГНГУ, 2012. – С.259-261.

159. Хозяинова, М. С. Два аспекта работы с математическим текстом студентами технического вуза / М. С. Хозяинова // материалы Всероссийской научно-методической конференции «Модернизация педагогического образования и проблемы педагогики высшей школы: методология, практика, инновации» (г. Сыктывкар) [отв. ред. М. Д. Китайгородский]. – Сыктывкар: Коми пединститут, 2012. – С. 267–269.

160. Хозяинова, М. С. Модель организации самостоятельной работы студентов при изучении математики в техническом вузе / М. С. Хозяинова // Сборник научных трудов: материалы науч.-технической конференции (16-19 апреля 2012 г.): в 3 ч.; ч. III / под ред. Н. Д. Цхадая. – Ухта: УГТУ, 2013. – С. 298-300.

161. Хозяинова, М. С. О двух учебных задачах при работе с учебным математическим текстом в техническом вузе / М. С. Хозяинова // Современные подходы к оценке и качеству математического образования в школе и вузе: материалы XXXII Международного научного семинара преподавателей математики университетов и педагогических вузов. – Екатеринбург: ФГБОУ ВПО УрГПУ, ФГАОУ ВПО РГППУ, ФГБОУ УрГЭУ, 2013. – С. 205 – 206.

162. Хозяинова, М. С. Об обучении студентов технических направлений элементам математического языка / М. С. Хозяинова // Преподавание математики в вузах и школах: проблемы содержания, технологии и методики:

материалы IV Всероссийской науч.-практ. конф. – Глазов: Глазов. Гос. Пед. Институт, 2012. – С. 53-54.

163. Хозяинова, М. С. Подготовка студентов технических вузов к использованию математических компьютерных систем / М. С. Хозяинова // Материалы международной научно-практической конференции «Гарантии качества современного профессионального образования в университетском комплексе / Quality assurances of the contemporary professional education in the University complex» (11 апреля 2013 г.). – Ухта : УГТУ, 2013. – С. 125-126.

164. Хозяинова, М. С. К вопросу об освоении математических методов при изучении математики в вузе / М. С. Хозяинова // Проблемы математического образования в вузах и школах России в условиях его модернизации: материалы Всероссийской научно-методической конференции (23–24 мая 2012 г., г. Сыктывкар) / под ред. В. А. Попова. – Сыктывкар: Коми пединститут, 2011. – С. 58-62.

165. Хозяинова, М. С. Некоторые вопросы обобщающего этапа при изучении линейной алгебры в техническом вузе / М. С. Хозяинова // Сборник научных трудов: материалы науч.-технической конференции (13-15 апреля 2010 г., г. Ухта): в 3 ч.; Ч. III / Под ред. Н. Д. Цхадая. – Ухта: УГТУ, 2010. – С. 118-120.

166. Хозяинова, М. С. Организационная модель работы с учебным математическим текстом студентов технических вузов / М. С. Хозяинова // Ученые записки: электронный научный журнал Курского государственного университета. 2013. № 3 (27). Том 1. URL: http://www.scientific-notes.ru/pdf/031-023.pdf (дата обращения 16.12.2013).

167. Хозяинова, М. С. Особенности обучения математике студентов технических вузов для подготовки к использованию компьютерных систем (на примере системы MathCAD) / М. С. Хозяинова // Вестник РУДН. Серия «Информатизация образования». – 2013. – № 2. – С. 47-52.

168. Холодная, М. А. Интегральные структуры понятийного мышления / М. А. Холодная. – Томск: Изд-во Томского ун-та, 1983. – 190 с.

169. Холодная, М. А. Психология интеллекта. Парадоксы исследования / М. А. Холодная. – СПб.: Питер, 2002. – 272 с.

170. Хуторской, А. В. Ключевые компетенции: технология конструирования / А. В. Хуторской // Народное образование. – 2003. – № 5. – С. 55–61.

171. Хуторской, А. В. Практикум по дидактике и современным методикам обучения / А. В. Хуторской. – СПб.: Питер, 2004. – 541 с.

172. Ципляева, Т. Б. Предметный план учебного текста: дидактико-методический аспект: дис. … канд. пед. наук: 13.00.01, 13.00.02 / Т. Б. Ципляева. – М., 2000. – 298 с.

173. Шершнева, В. А. Комплекс профессионально направленных математических задач, способствующих повышению качества математической подготовки студентов транспортных направлений технических вузов: Автореферат дис. … канд. пед. наук: 13.00.02 / В. А. Шершнева. – Красноярск, 2004. – 24 с.

174. Шипачев, В. С. Задачник по высшей математике: учеб. пособие для вузов / В. С. Шипачев. – 3-е изд., стер. – М.: Высшая школа, 2003.– 304 с.

175. Щукина, Г. И. Активизация познавательной деятельности обучающихся в учебном процессе / Г. И. Щукина. – М.: Просвещение, 1979. – 352 с.

176. Элементы функционального анализа: методические указания для студентов технических специальностей / О. М. Прудникова, М. С. Хозяинова. – Ухта : УГТУ, 2011 – 29 с.

177. Эльконин, Д. Б. Психология обучения младшего школьника / Д. Б. Эльконин. – М., 1974. – 250 с.

178. Якиманская, И. С. Технология личностно–ориентированного обучения в современной школе / И.С. Якиманская. – М. – 2000. – 176 с.

179. Яновская, Н. Б. Моделирование и кодирование – основные виды знаково-символической деятельности при изучении математики / Н. Б. Яновская // Образование в техническом вузе в XXI веке: материалы Международной научно-методической и образовательной конференции

«Современные технологии в системе среднего и высшего профессионального образования» (2011; Набережные Челны). – Вып. 8. – Набережные Челны: Изд-во Кам. гос. инж.-экон. Акад., 2011. – 188 с.

180. Hutmacher Walo. Key competencies for Europe//Report of the Symposium Berne, Switzerland 27-30 March, 1996. Council for Cultural Co-operation (CDCC) //Secondary Education for Europe Strasburg, 1997.

181. Raven, J. Competence in Modern Society: Its Identification, Development and Release. Oxford: Oxford Psychologists Press. 1984.

182. While R.W. Motivation reconsidered: The concept of competence. Psychological review, 1959, № 66.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Примеры профессионально ориентированных задач, в которых применяются понятия линейной алгебры

Задача 1. При проектировании разработки газовых месторождений проводят исследования скважин на стационарных режимах: замеры забойных давлений (Р*з*) при различных дебитах (Q). Кроме этого осуществляется замер давления при остановке скважины (Р*пл* – пластовое давление). При этом вычисляется величина $\frac{P_{пл}^2 - P_з^2}{Q}$, что представляет приращение квадрата давления на единицу дебита. Для практического использования эту величину аппроксимируют в виде линейной или квадратичной функции. Найденную функцию применяют для прогнозирования притока на каждом этапе разработки газового месторождения.

Покажем на примере промысловых данных: пластовое давление Р*пл* =33,672 Мпа и остальные данные в таблице.

Режимы	**Дебит, Q тыс. м^3 /сут.**	**Забойное давление, Р*з* МПа**
1	700	28,392
2	525	30,632
3	350	32,226
4	175	33,229

Необходимое выражение $\frac{P_{пл}^2 - P_з^2}{Q}$ представим в виде линейной функции $y = aQ + b$.

Для применения метода наименьших квадратов Введем обозначения $x = Q$, $y = \frac{P_{пл}^2 - P_з^2}{Q}$ и составим расчетную таблицу для коэффициентов системы:

	x_i	y_i	x_i^2	$x_i y_i$
1	700	$\frac{33{,}672^2 - 28{,}392^2}{700} = 0{,}4681$	700^2	$700 \cdot 0{,}4681$
2	525	$\frac{33{,}672^2 - 30{,}632^2}{525} = 0{,}3724$	525^2	$525 \cdot 0{,}3724$

3	350	$\dfrac{33{,}672^2 - 32{,}226^2}{350} = 0{,}2723$	350^2	$350 \cdot 0{,}2723$
4	175	$\dfrac{33{,}672^2 - 33{,}229^2}{175} = 0{,}1694$	175^2	$175 \cdot 0{,}1694$
$\sum$	***1750***	***1,2821***	***918750***	***648,11***

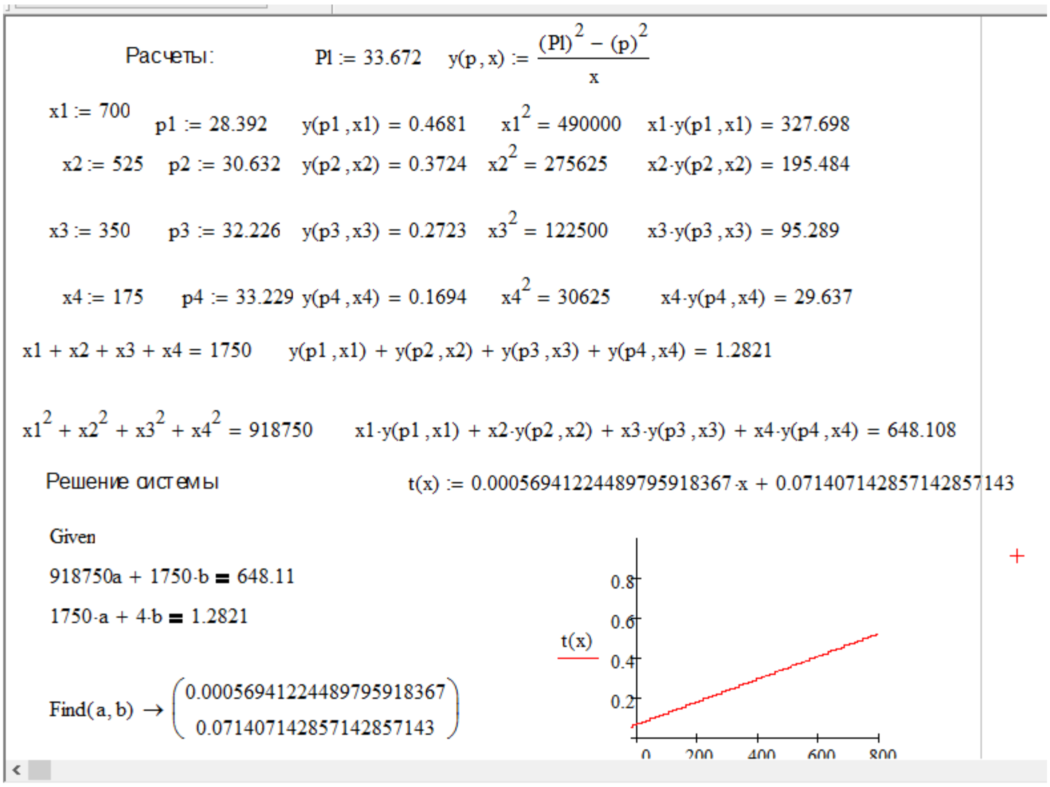
Методом наименьших квадратов получим систему: $\begin{cases} 918750a + 1750b = 648{,}13 \\ 1750a + 4b = 1{,}2822 \end{cases}$

Решение: $a = 5{,}693 \cdot 10^{-4}, b = 0{,}072$. Таким образом, найдем линейную функцию.

Далее аналогично найти квадратичную функцию: $y = aQ^2 + bQ + c$.

Вычислить отклонения при линейной и квадратичной аппроксимации и рекомендовать для практики функцию, имеющую меньшую погрешность.

Для решения данной задачи полезно использовать математическую программу Mathcad и для подсчета расчетной таблицы и для решения системы линейных уравнений.



Задача 2. Интуитивно понятно, что существует статистическая связь между пористостью m (отношение объема активных пор к объему образца) и проницаемостью горных пород k (способностью пропускать через себя

флюиды при разности давлений на границах образца). Для установления этой связи проведены лабораторные исследования на 108 образцах породы нефтяного пласта Ярегского месторождения, отобранных в уклонных блоках 2-х нефтешахт.

	пористость (m)								
проницаемость (k), мкм^2	0,19	0,21	0,23	0,25	0,26	0,27	0,28	0,30	
2,01	3								3
2,25		4	6						10
2,63	2	3							5
2,93		3	2	12					17
3,07			4		18	8			30
3,21				2	4	13	6	2	27
3,62					7	5			12
3,98							2	2	4
сумма	5	10	12	14	29	26	8	4	108

Проведения исследования состоит из следующих этапов:

1) сведение в дискретный ряд (корреляционной таблицы);

2) проверка на нормальность выделенных выборок;

3) составление выборочного уравнения прямой линии регрессии m на k или k на m.

На основе проведенных исследований получены уравнения линейной регрессии. Этими уравнениями можно в производственных условиях (экспресс методом) найти функциональную связь между k и m для данного месторождения.

Математическим аппаратом при получении зависимостей являются: методы решения систем линейных уравнений, элементы аналитической геометрии, теории корреляции.

Приложение 2

Фрагменты учебного математического материала раздела «Комплексные числа»

Определение – это такая логическая операция, при помощи которой раскрываются содержание вводимого в рассмотрение понятия.

1. Определение путем описания характеристического свойства: в зависимости от логической природы связи свойств могут быть конъюнктивные, дизъюнктивные и прочие.

Определение равенства комплексных чисел можно записать в виде:

> ***Определение***. Два комплексных числа $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$ называются ***равными*** $(z_1 = z_2)$ тогда и только тогда, когда равны их действительные части и равны их мнимые части: $x_1 = x_2$, $y_1 = y_2$.

Или (схематично):

$$\left(\forall\, z_1, z_2 \in C\right) \quad \left(z_1 = z_2\right) \quad \Leftrightarrow \quad \left(x_1 = x_2\right) \wedge \left(y_1 = y_2\right)$$

2. Конструктивные и рекурсивные определения: свойства объектов раскрываются путем показа операций его конструирования, т. е. видовые отличия заданы в виде действий.

Определение суммы комплексных чисел:

> ***ОПР: Суммой*** двух комплексных чисел $z_1 = x_1 + iy_1$ и $z_2 = x_2 + iy_2$ называется комплексное число z, определяемое равенством
> $z = z_1 + z_2 = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)$.

Или (схематично):

$$\begin{pmatrix} \forall\, z, z_1, z_2 \in C \\ z_1 = x_1 + iy_1 \\ z_2 = x_2 + iy_2 \end{pmatrix} \quad \left(z = z_1 + z_2\right) \quad \Leftrightarrow \quad \left(z = (x_1 + x_2) + i(y_1 + y_2)\right)$$

3. Условные определения: имеют вид импликации, причем в предпосылке этой импликации обеспечивается существование и единственность

определяемого понятия, а в заключении формулируется нормальное определение.

4. Неявные определения: определения посредством аксиом и аксиоматических теорий.

Теоремы – утверждение, истинность которого доказывается. Большинство теорем с помощью математических символов могут быть записаны следующим образом:

$$\underbrace{\forall x}_{\text{разъяснительная часть}} \quad \Big(\underbrace{A(x)}_{\text{условие}} \quad \Rightarrow \quad \underbrace{B(x)}_{\text{заключение}} \Big)$$

Одна и та же теорема по содержанию может иметь различную форму. Различают две основные формы – импликативную (представлена с помощью слов «если …, то …») и категорическую (имеет вид связного предложения, в явном виде не выделены условие и заключение).

Примеры теорем в категорической форме и их структурная запись.

Произведение двух комплексно-сопряженных чисел есть действительное число.

$$\forall z, \bar{z} \in C \qquad \left(z \quad и \quad \bar{z} - сопряженные \quad \Rightarrow \quad z \cdot \bar{z} \in R \right)$$

Алгоритмы – набор инструкций, описывающих порядок действий исполнителя для достижения результата решения задачи за конечное число действий. Выделение алгоритма при решении математических задач представляет собой процесс решения задачи как последовательное выполнение некоторых простых шагов.

Например, **деление комплексных** чисел в алгебраической форме можно представить в виде алгоритма – операцию деления комплексных числе необходимо проводить следующим образом:

1) умножить делитель и делимое на сопряженное число для знаменателя;

2) умножить комплексные числа в числителе и знаменателе дроби;

3) Привести комплексное число к стандартному виду.

Применение алгоритма:

$$\frac{3+5i}{5-4i}=\frac{(3+5i)(5+4i)}{(5-4i)(5+4i)}=\frac{15+12i+25i-20}{25+16}=\frac{-5+37i}{41}=-\frac{5}{41}+\frac{37}{41}i$$

Пример в математическом материале – случай, который может быть приведен в пояснение или в доказательство какого-нибудь математического факта, иллюстрировать необходимое понятие.

Определение: матрицей называется таблица чисел.

Примеры матриц: $\begin{pmatrix} 1 \\ -4 \\ 5 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} 0 & 1 & 6 \\ 4 & 5 & 3 \\ 1 & -8 & 0 \end{pmatrix}$, $\begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 3 & 7 \end{pmatrix}$

Приложение 3

Примеры анкет, использованных для мониторинга компонентов учебной деятельности студентов

Анкета № 1 «Мотивированность студентов к изучению математики»

Уважаемые студенты, ответьте на вопросы, выбрав вариант или добавив свой вариант ответа. Если вы считаете подходящим 2 и больше ответа, то поставьте цифрами приоритет (1 - важный, 2 – менее важный, 3 – еще менее важный и т. д.)

Курс: I курс II курс

1. Как вы считаете, нужна ли вам математика в жизни и почему?
- не нужна;
- нужна была школьная математика, чтобы сдать экзамен по математике и поступить в вуз, а теперь не вижу в ней необходимости;
- нужна, потому что математика учит грамотно мыслить, развивает логику, учит точности и др.;
- нужна для поступления в вуз, а также изучения предметов по моей специальности;
- свой ответ: ____

2. Почему вы изучаете математику?
- изучаю, потому что считаю, что математика необходима для дальнейшего моего становления как специалиста;
- изучаю, потому математика способствует развитию мышления;
- изучаю, потому что мне этот предмет дается легко и мне интересно его изучать;
- изучаю для того, чтобы сдать этот предмет и получить оценку, потому что это обязательный предмет в школе и в вузе;
- свой ответ: ____

3. Применяете ли в жизни знания, приобретенные в 10-11 классе школы при изучении алгебры и геометрии?
- нет, нигде не применяю;
- в жизни необходимы лишь элементарные знания, получаемые в средней школе;
- применяю свои знания и считаю их важными;
- свой ответ: ____

4. Почему студенты инженерных направлений вузов изучают высшую математику, начиная с первого семестра обучения в вузе?
- не знаю;
- потому что этот предмет связан со школьной математикой и будет легче его изучать на первом курсе;
- потому что это важный предмет, без которого невозможно качественное изучение предметов по специальности;
- чтобы больше нагрузить студентов на первом курсе;
- свой ответ:____

5. Будете ли вы применять знания, полученные при изучении математики, для изучения предметов по своей специальности?
- не буду;
- буду применять;
- я не знаю, мало еще знаю свою будущую специальность;
- свой ответ: ____

Анкета №2 «Применение учебных материалов при изучении математики»

Уважаемые студенты! Благодарим вас за участие в анкетировании!

Отметьте не более двух утверждений, которые вам подходят (1-первый по значимости, 2 - второй по значимости), или впишите свой вариант ответа.

1. Какими учебными материалами по математике я пользуюсь:

- материалы, записанные мной или одногруппниками на занятиях;
- учебники по математике (авторы, название) ___________________________________
____
- материалы по нужной теме, найденные в Интернете;
- компьютерные программы, название_____________________________________
- другой вариант:____

2. Надо ли использовать дополнительный материал по математике кроме того, что я получаю на занятиях**:**

- необходимости в этом нет;
- надо, если хочешь получить 4 или 5;
- приходится использовать, потому что на лекции не все понятно;
- надо, чтобы учиться понимать любой математический материал;
- другой вариант: ____

3. Учебные материалы в учебниках и учебных пособиях (НЕ лекционный материал) в основном я использую:

- как справочный материал;
- как самостоятельный источник знаний;
- как возможность заполнить пробел в тетрадных записях;
- как задачник с разобранными решениями;
- практически не использую, так как:

А) Все равно не помогает

Б) Достаточно материала, получаемого на занятиях

- другой вариант: ____

4. При самостоятельной работе с учебными материалами по математике мне бывает сложно, потому что**:**

- не умею быстро находить нужную информацию в большом по объему материале;
- не всегда могу разобраться в математической символике;
- не понимаю, как и зачем доказываются утверждения, теоремы, свойства;
- не понимаю ход решения разобранных задач;
- в разных учебниках одно и то же объясняется по-разному;
- другой ответ: ____

Приложение 4

Примеры трехуровневых заданий для самостоятельной работы студентов

При формировании банка задач для проверки сформированности уровней профессионально-математических компетенций по теме «Линейная алгебра» были отобраны следующие задания.

Тема I «Матрицы»

1 уровень.

1. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}1 & 0 & 3\\ 2 & 4 & 1\\ 1 & -4 & 2\end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix}1\\ 3\\ 2\end{pmatrix}$, $C=\begin{pmatrix}-1\\ 2\\ 1\end{pmatrix}$. Найдите $A^T\cdot B+2\cdot C$.

2. Найдите обратную матрицу и сделайте проверку: $\begin{pmatrix}1 & 2 & 0\\ 3 & 2 & 1\\ 0 & 1 & 2\end{pmatrix}$

3. Найдите матрицы $A\cdot B$ и $B\cdot A$, если

а) $A=\begin{pmatrix}0 & 2 & 1\\ -1 & 3 & 4\\ 1 & 5 & -2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}1 & -1 & 2\\ 5 & 3 & -2\end{pmatrix}$

б) $A=\begin{pmatrix}2 & 4 & 5 & 7\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}2\\ -3\\ -1\\ 4\end{pmatrix}$.

2 уровень.

1. Найдите значение матричного многочлена, если $f(x)=x^3-2x^2+5x+3$, если $X=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 3 & 4\end{pmatrix}$.

2. Решите матричное уравнение: $\begin{pmatrix}-3 & 1\\ 0 & 2\end{pmatrix}\cdot X=\begin{pmatrix}-6 & 1\\ 3 & 12\end{pmatrix}$

3. Найдите x и y из уравнений: $\begin{pmatrix}6 & 3\\ 3 & 2\end{pmatrix}\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}=8\cdot\begin{pmatrix}x\\ y\end{pmatrix}$

3 уровень

1. Найти матрицу, при умножении справа которой на матрицу $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$ в произведении получается нулевая матрица.

2. Решите систему матричных уравнений $\begin{cases} X + Y = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ 2X + 3Y = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{cases}$.

3. Пусть $A = \begin{pmatrix} x & y \end{pmatrix}$ и известны матрицы $B = \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \end{pmatrix}$, $C = \begin{pmatrix} 6 \\ 8 \end{pmatrix}$. Определить x и y, если известно, что $A \cdot B = x, A \cdot C = y$.

4. Подрядчик-строитель заключил договор на возведение таких строений: 3 жилых домов, 5 детских садов и 9 домов отдыха. Материалами для строительства являются сталь, лес, стекло, краска. Количество сырья, а также рабочей силы на каждый вид строения выражено в некоторых условных единицах и задается матрицей вида:

	Сталь	Лес	Стекло	Краска	Рабочая сила
Жилой дом	10	17	8	5	11
Детский сад	7	12	4	3	8
Дом отдыха	5	15	10	4	9

Пусть единица стали стоит 12 рублей, единица леса – 7 рублей, единица стекла – 5 рублей, единица краски – 4 рубля, единица рабочей силы – 10 рублей.

Определить: 1) общее количество потребных материалов и рабочей силы;

2) стоимость материалов и рабочей силы для каждого вида строений;

3) общую стоимость материалов и рабочей силы.

Тема II «Определители матриц»

Уровень 1

1. Вычислите определитель второго порядка:

а) $\begin{vmatrix} 1 & -8 \\ -1 & 3 \end{vmatrix}$ б) $\begin{vmatrix} \sin x & \cos x \\ -\cos x & \sin x \end{vmatrix}$

2. Вычислите определитель методом треугольника и методом Саррюса:

$$\begin{vmatrix} 2 & 5 & 1 \\ 4 & 0 & -5 \\ -5 & -6 & 2 \end{vmatrix}, \begin{vmatrix} 0 & -1 & 2 \\ 3 & -3 & 1 \\ 4 & 2 & 1 \end{vmatrix}$$

3. Вычислите определитель разложением по элементам 3-го столбца:

$$\begin{vmatrix} 8 & 7 & 0 & 1 \\ 2 & -8 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 1 & 4 \\ 1 & 0 & 4 & 2 \end{vmatrix}$$

Уровень 2

1. Упростите определитель и вычислите: $\begin{vmatrix} a & -a & a \\ a & a & -a \\ a & -a & -a \end{vmatrix}$

2. Сведите вычисление определителя 4-го порядка к вычислению определителя 3-го порядка, затем второго порядка путем элементарных преобразований над элементами определителя: $\begin{vmatrix} 3 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 3 & -1 & 4 \\ 0 & 4 & -2 & 3 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix}$

3. Решите уравнения: а) $\begin{vmatrix} 1 & x+2 \\ x-1 & -3x-2 \end{vmatrix} = 0$,   б) $\begin{vmatrix} x^2 & x & 1 \\ 9 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix} = 0.$

Уровень 3

1. Не вычисляя определителей, докажите справедливость равенств:

а) $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 17 \\ 2 & 4 & 15 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix} = 0$,   б) $\begin{vmatrix} \sin^2\alpha & \cos^2\alpha & \cos 2\alpha \\ \sin^2\beta & \cos^2\beta & \cos 2\beta \\ \sin^2\varphi & \cos^2\varphi & \cos 2\varphi \end{vmatrix} = 0$

в) $\begin{vmatrix} 1 & a & bc \\ 1 & b & ca \\ 1 & c & ad \end{vmatrix} = (b-a)(c-b)(c-a)$

2. Докажите, что площадь треугольника может быть вычислена по формуле

$S = \pm\frac{1}{2}\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$, если вершины треугольника имеют координаты $(x_1; y_1)$, $(x_2; y_2)$,

$(x_3; y_3)$.

3. Найдите члены определителя содержащие x^4 и x^3: $\begin{vmatrix} 5x & 1 & 2 & 3 \\ x & x & 1 & 2 \\ 1 & 2 & x & 3 \\ x & 1 & 2 & 2x \end{vmatrix}$

Тема III «Решение систем линейных уравнений»

Уровень 1

1. Решить системы уравнений, используя матричный метод, и сделать проверку.:

а) $\begin{cases} 3x_1 + 4x_2 = 1 \\ x_1 - 3x_2 = -5 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1 - x_2 + 5x_3 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 + 13x_3 = 2 \\ 2x_1 - x_2 + 5x_3 = 4 \end{cases}$

2. Решить системы уравнений, используя метод Крамера, и сделать проверку:

а) $\begin{cases} x_1 + 2x_2 = 8 \\ 3x_1 + 4x_2 = 18 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 = 7 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 = 1 \\ 3x_1 + 2x_2 + x_3 = 6 \end{cases}$

3. Решить системы уравнений методом Гаусса, и сделать проверку:

а) $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + 2x_3 = 3 \\ x_1 + x_2 + 2x_3 = -4 \\ 4x_1 + x_2 + 4x_3 = -3 \end{cases}$ б) $\begin{cases} 3x_1 - 2x_2 + x_3 - x_4 = 0 \\ 3x_1 - 2x_2 - x_3 + x_4 = 0 \\ x_1 - x_2 + 2x_3 + 5x_4 = 0 \end{cases}$ в) $\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + 2x_3 = 0 \\ 5x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 0 \end{cases}$

Уровень 2

1. Определить совместность системы линейных уравнений: $\begin{cases} x_1 - 4x_2 = -1 \\ 3x_1 + 2x_2 = 4 \\ 7x_1 + 10x_2 = 12 \\ 5x_1 + 6x_2 = 8 \\ 3x_1 - 16x_2 = -5 \end{cases}$.

2. Выбрать оптимальный метод для решения системы линейных уравнений:

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 + 8x_4 = 0 \\ x_2 - x_3 + 3x_4 = 0 \\ x_3 + 2x_4 = 1 \\ x_1 + x_4 = -24 \end{cases}$$

3. Решить системы линейных уравнений наиболее выгодным (в плане экономии времени) методом: а) $\begin{cases} 4x+5y=7 \\ y-6z=11 \\ 3x+4z=-2 \end{cases}$, б) $\begin{cases} 4x+5y=1 \\ y-6z=2 \\ 3x+4z=11 \end{cases}$ в) $\begin{cases} 4x+5y=0 \\ y-6z=5 \\ 3x+4z=1 \end{cases}$

Уровень 3

1. Пересекаются ли в одной точке прямые: $2x-3y=6$, $3x+y=9$, $x+4y=3$.

Решение выполнить аналитически. Подтвердить вывод графиками.

2. Определить, при каких значениях a и b система $\begin{cases} 3x-2y+z=b \\ 5x-8y+9z=3 \\ 2x+y+az=-1 \end{cases}$

а) имеет единственное решение;

б) не имеет решений;

в) имеет бесконечно много решений.

3. При изготовлении деталей четырех видов расход материалов, рабочей силы и электроэнергии на одну деталь каждого типа задается таблицей (в условных единицах):

Ресурсы	Расход на одну деталь			
	1	2	3	4
материалы	1	3	0,5	2
рабочая сила	1,5	2	3	
электроэнергия	2	1	1	0,5

А) Вычислить общую потребность материалов (y_1), рабочей силы (y_2) и электроэнергии (y_3) для изготовления заданного количества деталей каждого вида: x_1= 10, x_2= 2, x_3= 8, x_4= 4.

Б) Записать условие задачи как линейное преобразование величин x_1, x_2, x_3, x_4 в величины y_1, y_2, y_3 и получить требуемый результат путем матричных преобразований.