

**ДЕПАРТАМЕНТ ОБРАЗОВАНИЯ ГОРОДА МОСКВЫ**  
**Государственное автономное образовательное учреждение**  
**высшего образования города Москвы**  
**«Московский городской педагогический университет»**



---

**Программа вступительного испытания**  
**для поступающих на обучение на направление**  
**«Педагогическое образование»**  
**программа обучения**  
**«Математика и методика преподавания математики»**  
**(Магистратура)**

---

### **Разработчики программы:**

1. И.С. Сафуанов, доктор педагогических наук, профессор, профессор кафедры высшей математики и методики преподавания математики.
2. Л.О. Денищева, кандидат педагогических наук, профессор, профессор кафедры высшей математики и методики преподавания математики.
3. В.А. Чугунов, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры высшей математики и методики преподавания математики.
4. В.Г. Покровский, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики и методики преподавания математики.

## **СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ**

1. Пояснительная записка **подробнее ➤**
2. Критерии оценки **подробнее ➤**
3. Программа вступительного испытания **подробнее ➤**
4. Примерные экзаменационные задания **подробнее ➤**
5. Список рекомендованной литературы **подробнее ➤**

## **ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА**

Программа вступительного испытания выполнена в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по программам бакалавриата.

Экзамен проводится в устной форме.

Экзаменационный билет содержит 2 вопроса. Первый вопрос по математике является комплексным, и включает в себя вопросы следующих дисциплин: алгебра и теория чисел, геометрия, математический анализ. Второй вопрос по теории и методике обучения математике.

Продолжительность экзамена составляет 3 часа 55 минут (235 минут).

Поступающий допускается к сдаче вступительного испытания при наличии у него паспорта или иного документа, удостоверяющего его личность.

При опоздании к началу вступительного испытания поступающий может быть допущен к испытанию, причем время на выполнение задания ему не увеличивается.

Лица, не явившиеся на вступительные испытания по уважительной причине (болезнь или иные обстоятельства, подтвержденные документально), допускаются к ним в резервный день.

Во время проведения вступительных испытаний их участникам и лицам, привлекаемым к их проведению, запрещается иметь при себе и использовать средства связи (мобильные телефоны, планшеты и т.п.).

При несоблюдении поступающим порядка проведения вступительных испытаний, экзаменационные комиссии, проводящие вступительное испытание вправе удалить поступающего с места проведения вступительного испытания с составлением акта об удалении. В случае удаления поступающего со вступительного испытания Университет возвращает поступающему принятые документы и не допускает до участия в конкурсе.

## **КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ**

Максимальная оценка за экзамен – 200 баллов.

Итоговый балл суммируется из баллов, полученных за ответ по первому и второму вопросу билета. Максимальный балл по каждому вопросу – 100 баллов.

### **Критерии оценки одного экзаменационного вопроса:**

<b>Баллы</b>	<b>Критерии оценки</b>
<b>90 – 100</b>	<p>Дан полный, развернутый и безошибочный ответ на вопрос билета. Наблюдается четкая логика ответа</p> <p>Абитуриент правильно определяет понятия и термины, знает все доказательства, свободно ориентируется в теоретическом и практическом материале.</p> <p>Абитуриент способен обосновывать и аргументировать собственную позицию.</p> <p>Показано отличное знание научной литературы.</p>
<b>80 – 89</b>	<p>Дан правильный и достаточно полный, не содержащий ошибок и упущений, ответ на вопрос билета.</p> <p>Абитуриент правильно определяет понятия и термины, знает доказательства, ориентируется в теоретическом и практическом материале. При ответе допускает отдельные несущественные ошибки, исправленные абитуриентом самостоятельно в процессе ответа.</p> <p>Ответ отличает логичность изложения.</p> <p>Абитуриент способен обосновывать и аргументировать собственную позицию по отдельным проблемам.</p> <p>Показано знание основной научной литературы.</p>
<b>70 – 79</b>	<p>Дан достаточно полный ответ на вопрос билета.</p> <p>Абитуриент определяет понятия и термины, знает ряд доказательств, ориентируется в теоретическом и практическом материале.</p> <p>Абитуриент самостоятельно или с помощью преподавателя способен исправить допущенные недочеты и незначительные ошибки.</p> <p>Присутствуют незначительные нарушения в логике изложения.</p> <p>Абитуриент способен обосновывать и аргументировать собственную позицию по отдельным проблемам.</p> <p>Отмечаются незначительные пробелы в знаниях основной научной литературы.</p>
<b>60 – 69</b>	<p>Ответ дан в целом правильно, однако не полно.</p> <p>Наличие незначительных ошибок и пробелов в доказательствах и определениях, в знании теории.</p> <p>Абитуриент способен оперировать базовыми понятиями.</p> <p>Присутствуют нарушения в логике изложения.</p> <p>Абитуриент способен обосновывать собственную позицию по отдельным проблемам.</p> <p>Абитуриент не может привести примеры из практического материала без помощи преподавателя.</p> <p>Отмечается слабое знание основной научной литературы.</p>

<b>50 – 59</b>	<p>Ответ дан не полный. Наличие значительных ошибок и пробелов в знании теории.</p> <p>Абитуриент путается в базовой терминологии.</p> <p>Абитуриент не способен приводить доказательства.</p> <p>Логика и последовательность изложения имеют существенные нарушения.</p> <p>В ответе отсутствуют примеры из практики.</p> <p>Значительные пробелы в знаниях основной научной литературы.</p>
<b>0 – 49</b>	<p>Дан не полный ответ, представляющий собой разрозненные знания по теме вопроса с существенными ошибками.</p> <p>Наблюдаются сильные пробелы в базовой терминологии.</p> <p>Нелогичность изложения.</p> <p>Абитуриент не способен приводить доказательства.</p> <p>В ответе отсутствуют примеры из практики.</p> <p>Отмечается полное незнание основной научной литературы.</p>

При ответе на вопросы билета могут задаваться уточняющие и дополнительные вопросы на усмотрение членов экзаменационной комиссии.

Абитуриент, набравший по итогам экзамена, ниже установленного Университетом минимального балла, считается не сдавшим вступительное испытание и выбывает из участия в конкурсе.

## **ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ**

### **Алгебра и теория чисел**

Понятия группы, кольца, поля. Алгебры, алгебраические системы. Кольца классов вычетов. Поле комплексных чисел. Кольцо многочленов от одной переменной над полем. Теория делимости.

Системы линейных уравнений. Матрицы и определители. Векторные пространства. Евклидовы пространства. Линейные преобразования и их матрицы. Собственные векторы и собственные значения линейных операторов. Подгруппы. Алгебраическая замкнутость поля комплексных чисел. Неприводимые над полем действительных чисел многочлены. Делимость и простые числа. Основная теорема арифметики. Основное свойство простого числа. Теория сравнений. Кольцо и поле классов вычетов.

Теоремы Эйлера  $a^{\varphi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$  и Ферма:  $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$ . Сравнения и системы сравнений с неизвестной величиной. Сравнения первой степени. Сравнения по простому модулю. Арифметические приложения теории сравнений.

### **Геометрия**

Векторы и операции над ними. Метод координат на плоскости и в пространстве. Прямая линия на плоскости, прямые и плоскости в пространстве.

Преобразования плоскости. Изображение фигур при параллельном проектировании. Изображения плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании. Аксонометрия и ее свойства.

Общие вопросы аксиоматики. Системы аксиом Гильберта евклидова пространства. Элементы геометрии Лобачевского.

Проективные пространства и их модели. Основные факты проективной геометрии.

### **Математический анализ**

Действительные числа, аксиоматика поля действительных чисел, аксиома непрерывности и ее следствия. Предел числовой последовательности, необходимые и достаточные условия сходимости числовой последовательности, единственность

предела числовой последовательности, арифметические свойства пределов числовых последовательностей, предельный переход в неравенствах.

Бесконечно малые последовательности и функции. Предел функции в точке и в бесконечно удаленной точке (на бесконечности): определение предела функции, геометрическая интерпретация предела функции в точке и на бесконечности.

Непрерывность функции одной переменной в точке: различные определения непрерывности функции в точке. Непрерывность элементарных функций. Теоремы о свойствах функций, непрерывных на отрезке: ограниченность, достижение экстремальных значений, достижение промежуточных значений.

Дифференцируемость, производная, дифференциал функции одной переменной. Уравнение касательной к графику дифференцируемой функции. Основные теоремы дифференциального исчисления (Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши). Экстремум функции одной переменной. Формула Тейлора. Дифференцируемость, частные производные, дифференциал функции многих переменных. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Экстремумы функций двух переменных.

Первообразная, неопределенный интеграл. Определенный интеграл Римана функций одной и двух переменных. Интегрируемость непрерывной функции. Интеграл от функции одной переменной с переменным верхним пределом. Формула Ньютона-Лейбница.

Квадрируемые плоские фигуры и кубируемые пространственные тела. Приложения интегрального исчисления: нахождение длин гладких кривых, вычисление площадей плоских фигур, объемов тел и площадей поверхностей.

Основные понятия, связанные с числовыми рядами. Признаки сходимости числовых рядов. Основные понятия, связанные со степенными рядами. Ряд Тейлора функции одной действительной переменной.

Поле комплексных чисел. Элементарные функции комплексной переменной ( $e^z$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$ ,  $\ln z$ ), их свойства. Формула Эйлера. Дифференцируемость функции комплексной переменной, условия Коши-Римана.



Дифференциальные уравнения первого порядка – основные понятия и способы решения. Задача Коши, теорема существования и единственности решения при заданных начальных условиях.

Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Теорема о структуре решения линейного дифференциального уравнения второго порядка. Уравнение гармонических колебаний, колебания с вынуждающей силой, резонанс.

### **Методика обучения математике**

Предмет теории и методики обучения математике. Актуальные проблемы методики. Цели и задачи обучения математике в школе. Содержание математического образования в школе. Структура и содержание программы по математике. Стандарт математической подготовки: функции, уровни, содержание. Реализация содержания и требований образовательного Стандарта в учебниках по математике, алгебре, алгебре и началам анализа, геометрии. Методика формирования математических понятий. Методика формирования умений, связанных с предметным содержанием математики. Методика обучения решению математических задач. Методика обучения доказательству в школьном курсе математики. Методы доказательства. Изучение теорем в школьном курсе математики.

Методическая система обучения математике в школе, общая характеристика ее основных компонентов. Урок математики. Типы уроков математики. Этапы урока математики. Подготовка урока математики. Анализ урока математики. Организация и проведение уроков обобщения и систематизации. Уроки повторения. Проверка и оценка знаний учащихся по математике. Различные формы проверки. Итоговая аттестация учащихся по математике. Подготовка к экзаменам по математике за курс основной и средней школы. Формы организации и проверки домашней работы учащихся по математике. Дифференциация в обучении математике: реализация уровневой и профильной дифференциации в обучении математике. Работа учителя в классах (школах) с углубленным изучением математики. Внеклассная работа по математике.

Числовая линия школьного курса. Методика изучения числовых систем. Методика обучения решению текстовых задач арифметическим методом.

Функциональная линия школьного курса математики. Методика изучения понятия функции. Методика изучения функций элементарными методами и с помощью производной. Методика изучения показательной и логарифмической функций. Методика изучения тригонометрических функций. Методика изучения понятия производной и ее приложений в старшей школе. Методика изучения элементов интегрального исчисления в старшей школе.

Линия “Выражения и преобразования” в школьном курсе математики. Методика обучения тождественным преобразованиям выражений.

Линия “Уравнений” в школьном курсе математики. Методика обучения решению уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств (алгебраических и трансцендентных). Методика обучения решению текстовых задач алгебраическим методом.

Линия “Геометрические фигуры и их свойства” в школьном курсе математики. Методика изучения взаимного расположения прямых и плоскостей. Методика изучения отношений равенства и подобия геометрических фигур. Методика изучения многогранников и тел вращения.

Линия “Измерение геометрических величин” в школьном курсе математики. Методика изучения геометрических величин (длина отрезка, площадь фигуры, объем фигуры и т. п.). Методика обучения решению задач в планиметрии и стереометрии. Методика изучения геометрических преобразований. Методика изучения векторов и координат в геометрии. Аксиоматическое построение курса геометрии. Методика изучения аксиом.

Стохастическая линия школьного курса математики. Методика изучения элементов комбинаторики, статистики и теории вероятностей.

## **ПРИМЕРНЫЕ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЕ ЗАДАНИЯ**

### **Вопросы по алгебре и теории чисел**

1. Группа; примеры и простейшие свойства группы.
2. Кольца и поля; примеры и простейшие свойства элементов.
3. Арифметические функции:  $\tau(n)$ ,  $\sigma(n)$ ,  $\varphi(n)$ .
4. Алгоритм Евклида и его применения (НОД, НОК целых чисел и полиномов над полем).
5. Сравнения и их свойства. Теоремы Эйлера и Ферма.
6. Базис и размерность векторного пространства.
7. Основные теоремы о системах линейных уравнений.
8. Корни многочлена, теорема Безу. Схема Горнера.
9. Разложение многочлена над полем в произведение неприводимых множителей и его единственность.

### **Вопросы по геометрии**

1. Скалярное произведение векторов и его свойства. Применение скалярного произведения векторов к решению задач элементарной геометрии.
2. Уравнения прямой на плоскости. Применение метода координат к решению задач элементарной геометрии.
3. Движения плоскости. Виды движений плоскости. Применение движений при решении задач элементарной геометрии.
4. Подобие плоскости. Связь между подобием и гомотетией. Применение подобия к решению задач элементарной геометрии.
5. Построения циркулем и линейкой. Методы решения задач на построение.
6. Изображение плоских и пространственных фигур при параллельном проектировании. Аффинные задачи аксонометрии.
7. Аксиоматика Гильберта евклидова пространства. Основные следствия аксиом принадлежности, порядка и конгруэнтности.
8. Аксиома параллельности Лобачевского. Свойства треугольников на плоскости Лобачевского.
9. Теорема Дезарга о трехвершинниках. Приложение теоремы Дезарга к

геометрическим построениям одной линейкой.

10. Гармонические свойства полного четырехвершинника. Приложения теоремы о полном четырехвершиннике к геометрическим построениям одной линейкой.

### **Вопросы по математическому анализу**

1. Действительные числа. Аксиоматика множества действительных чисел. Аксиома непрерывности – различные формулировки, их эквивалентность и использование в математическом анализе.

2. Предел числовой последовательности – определение и свойства. Теорема Вейерштрасса о сходимости монотонной ограниченной последовательности. Теорема Больцано - Вейерштрасса.

3. Бесконечно малые и бесконечно большие функции: определение и свойства. Предел функции одной переменной на бесконечности и в точке: различные определения, геометрический смысл, свойства.

4. Различные определения непрерывности функции одной переменной в точке и их эквивалентность. Непрерывность элементарных функций.

5. Теоремы о функциях непрерывных на отрезке.

6. Дифференцируемость, производная, дифференциал функции одной переменной. Геометрический и физический смысл производной. Связь между непрерывностью и дифференцируемостью.

7. Основные теоремы дифференциального исчисления функций одной переменной.

8. Исследование функций одной переменной средствами дифференциального исчисления.

9. Первообразная, неопределённый и определённый интегралы. Интегрируемость непрерывной функции. Формула Ньютона-Лейбница.

10. Квадрируемые плоские фигуры. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определённого интеграла.

11. Понятие спрямляемости кривой. Вычисление длин дуг с помощью определённого интеграла.

12. Основные понятия, связанные с числовыми рядами. Признаки сходимости

числовых рядов.

13. Основные понятия, связанные со степенными рядами. Ряд Тейлора. Разложение элементарных функций в степенные ряды.

14. Элементарные функции комплексной переменной ( $e^z$ ,  $\sin z$ ,  $\cos z$ ,  $\ln z$ ), их основные свойства и связи между ними.

15. Дифференцируемость, частные производные функций нескольких переменных. Экстремум функции двух переменных.

16. Дифференциальные уравнения первого порядка – основные понятия и способы решения. Задача Коши. Достаточные условия разрешимости задачи Коши.

17. Линейные дифференциальные уравнения второго порядка с постоянными коэффициентами. Структура множества решений, фундаментальные системы решений.

### **Вопросы по методике обучения математике**

1. Предмет теории и методики обучения математике.

2. Цели обучения математике. Федеральные образовательные стандарты. Структура и содержание примерной программы по математике для общеобразовательных учреждений.

3. Методика обучения решению текстовых задач арифметическим способом.

4. Методика обучения решению задач алгебраическим способом.

5. Методика формирования математических понятий.

6. Методика обучения доказательствам в школьном курсе геометрии.

7. Методика формирования умений в школьном курсе математики.

8. Внеклассная работа по математике.

9. Урок математики и его структура. Типы уроков математики.

10. Организация различных форм проверки знаний учащихся.

11. Методика обучения тождественным преобразованиям алгебраических выражений.

12. Методика обучения решению уравнений.

13. Методика формирования функциональных представлений учащихся.

14. Методика изучения тригонометрических функций.

15. Методика изучения показательной и логарифмической функций.
16. Методика изучения производной в средней школе.
17. Методика изучения приложений производной.
18. Изучение первообразной и ее приложений.
19. Методика проведения первых уроков стереометрии
20. Методика изучения аксиом геометрии.
21. Методика изучения измерений геометрических величин (на примере площадей и объемов).
22. Методика обучения решению геометрических задач на доказательство.
23. Методика обучения решению геометрических задач на построение в курсе планиметрии.
24. Методы обучения математике.
25. Реализация профильной и уровневой дифференциации в обучении математике.

## **СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ**

### **Список рекомендуемой литературы по алгебре и теории чисел**

1. Куликов Л.Я. Алгебра и теория чисел: Учебное пособие для пединститутов. - М.: Высшая школа, 1979.
2. Варпаховский, Ф.Л., А.С. Солодовников, Алгебра, Просвещение, М., 1980.
3. Винберг, Э.Б. Алгебра многочленов, Просвещение, М., 1980.
4. Смолин Ю. Н., Алгебра и теория чисел: Учеб. пособие для вузов. Изд.3, испр. серия: "Наука", 2006 г., Изд.: ФЛИНТА.
5. Виноградов И. М., Основы теории чисел, 2004 г., Изд.: ЛАНЬ.
6. Бухштаб А. А., Теория чисел, 2008 г., Изд.: ЛАНЬ

### **Список рекомендуемой литературы по геометрии**

1. Атанасян Л.С., Базылев В.Т. Геометрия. Ч. 1-2, М., Просвещение, 1986, 87
2. Атанасян С.Л. Геометрия 1, М.: 2001

### **Список рекомендуемой литературы по математическому анализу**

1. Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. - М.: Физматлит: Лаборатория Знаний, 2003. – Т. 1 680 с., Т. 2. – 864 с., Т. 3. – 728 с.
2. Л.Д. Кудрявцев, Математический анализ, Наука, М., 1987.
3. Б.П. Демидович, Сборник задач и упражнений по математическому анализу, М, МЦМНО, 2002
4. М.И. Шабунин, Теория функций комплексного переменного : Учеб. для студентов вузов. - М.: Лаб. Базовых Знаний: ЮНИМЕДИАСТАЙЛ: Физматлит, 2002
5. В.И. Степанов, Курс дифференциальных уравнений. Наука, М. 2003
6. А.Ф. Филиппов, Задачи по дифференциальным уравнениям, Наука, М., 2003
7. Колмогоров А. Н., Фомин С. В. Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Физматлит, 2006. – 572 с
8. В. А. Зорич. Математический анализ задач естествознания. М, МЦМНО, 2008
9. У. Рудин, Основы математического анализа, М. Лань, 2004
10. Мордкович А. Г., Шуркова М. В. Задачник по введению в математический анализ, М, Мнемозина, 2007.

## Список рекомендуемой литературы по теории и методике обучения математике

1. Гнеденко, Б.В. Математика и жизнь. (Психология, педагогика, технология обучения: математика) / Б.В. Гнеденко– М.: Едиториал УРСС, 2006.
2. Гусев, В.А. Психолого-педагогические основы обучения математике / В.А. Гусев– М.: Вербум-М, Академия, 2003
3. Давыдов, В.В. Проблемы развивающего обучения. Опыт теоретического и экспериментального психологического исследования / В.В. Давыдов– М.: Академия, 2004.
4. Епишева, О.Б. Технология обучения математике на основе деятельностного подхода / О.Б. Епишева– М.: Просвещение, 2004.
5. Звонников, В.И. Современные средства оценивания результатов обучения / В.И. Звонников, М.Б. Челышева– М.: Академия, 2007.
6. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под научн. ред. Н.Л. Стефановой, Н.С. Подходовой. – М.: Дрофа, 2005.
7. Рыжик, В.И. 30000 уроков математики: Кн. для учителя / В.И. Рыжик– М.: Просвещение, 2003.
8. Саранцев, Г.И. Обучение математическим доказательствам и опровержениям в школе: Кн. для учителя / Г.И. Саранцев – М.: Владос, 2005.
9. Фридман, Л.М. Теоретические основы методики обучения математике: Учебное пособие / Л.М. Фридман– М.: Едиториал УРСС, 2009.
9. Якиманская, И.С. Психологические основы математического образования: Учеб. пособие для студ. пед. вузов / И.С. Якиманская– М.: Академия, 2004.
11. Л.О. Денищева, А.Е. Захарова, М.Н. Кочагина. Теория и методика обучения математике в школе : [учеб. пособие] – М. : БИНОМ. Лаборатория знаний., 2011. – (Педагогическое образование). – 247 с