

Департамент образования города Москвы
Государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования города Москвы
«Московский городской педагогический университет»

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ ДЛЯ ПОСТУПАЮЩИХ
НА БАКАЛАВРИАТ / СПЕЦИАЛИТЕТ

«Математика»

Москва
2018

Разработчики программы:

1. В.А. Чугунов, доктор физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой высшей математики и методики преподавания математики.

2. В.А. Ведерников, доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры высшей математики и методики преподавания математики.

3. А.В. Ушаков, кандидат физико-математических наук, доцент, доцент кафедры высшей математики и методики преподавания математики.

4. О.В. Кирюшкина, старший преподаватель кафедры высшей математики и методики преподавания математики.

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Программа вступительного испытания составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования и федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

Экзамен проводится в письменной форме.

Каждый из вариантов экзаменационной работы состоит из 6 заданий: 3 по курсу математики основной школы и 3 по курсу старших классов. Абитуриенту следует по каждому из решавшихся им заданий записать развернутое и, по возможности, полное решение.

Записывать решения заданий можно в произвольном порядке. Условия заданий переписывать не обязательно: главное, чтобы в работе был указан номер соответствующего варианта экзаменационной работы. Решения следует записывать ручкой – синей или черной. Чертежи и графики можно делать как от руки, так и с помощью карандаша, циркуля и линейки.

Зачеркивания и исправления в чистовике работы допускаются, но они должны быть сделаны аккуратно и четко, чтобы проверяющий мог однозначно прочесть имеющийся текст.

Продолжительность экзамена составляет 3 часа 55 минут (235 минут).

Поступающий допускается к сдаче вступительного испытания на основании поданного заявления, экзаменационных ведомостей, экзаменационного листа, при наличии у него паспорта или иного документа, удостоверяющего его личность.

При опоздании к началу вступительного испытания поступающий может быть допущен к испытанию, причем время на выполнение задания ему не увеличивается, о чем его предупреждает экзаменатор.

Лица, не явившиеся на вступительные испытания по уважительной причине (болезнь или иные обстоятельства, подтвержденные документально), допускаются к ним в параллельных группах на следующем этапе сдачи этих испытаний или в резервный день.

Во время проведения вступительных испытаний их участникам и лицам, привлекаемым к их проведению, запрещается иметь при себе и использовать средства связи (мобильные телефоны, планшеты и т.п.).

Письменные работы поступающих шифруются и не должны содержать посторонних надписей. Подписывать лист-вкладыш не разрешается. В случае наличия посторонних надписей на листе-вкладыше работа не проверяется и аннулируется.

При несоблюдении поступающим порядка проведения вступительных испытаний, экзаменационные комиссии, проводящие вступительное испытание, вправе удалить поступающего с места проведения вступительного испытания с составлением акта об удалении. В случае удаления поступающего со вступительного испытания Университет возвращает поступающему принятые документы и не допускает до участия в конкурсе.

При проведении вступительных испытаний Университет обеспечивает спокойную и доброжелательную обстановку, предоставляет возможность поступающим наиболее полно проявить уровень своих знаний и умений.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Максимальная оценка за экзамен – 100 баллов.

Все решенные абитуриентом задания должны содержать развернутое решение.

В отличие от ЕГЭ (задания Части I) краткий, пусть даже и верный, числовой ответ на вступительном экзамене по математике не будет принят в качестве верного решения.

Оценка на письменном экзамене по математике выставляется членами предметной комиссии по стобальной шкале. В пятибалльную оценка не переводится, однако, для примерной ориентировки в результатах экзамена можно пользоваться следующей шкалой перевода:

Оценки по стобальной шкале	0-39	40-60	61-80	81-100
Оценки по пятибалльной шкале	2	3	4	5

Каждый вариант состоит из шести задач, правильные решения которых оцениваются определенным числом баллов:

- по 15 баллов за верное решение каждой из первых четырех задач;
- по 20 баллов за верное решение каждой из последних двух задач.

Указанные балльные оценки снижаются в том случае, если предложенное абитуриентом решение задачи:

- содержит арифметические или логические ошибки;
- выполнено не полностью, т.е. в представленном решении рассмотрены не все возможные случаи;
- обосновано недостаточно.

Конкретные критерии выставления баллов от 0 до 15 или от 0 до 20 зависят от содержания конкретных заданий вариантов экзаменационной работы и разрабатываются председателем предметной экзаменационной комиссии.

Абитуриент, набравший по итогам экзамена, ниже установленного Университетом минимального балла, считается не сдавшим вступительное испытание и выбывает из участия в конкурсе.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Арифметика. Алгебра и начала математического анализа.

1. Натуральные числа. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа. Рациональные числа, их сложение, вычитание, умножение, деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа. Их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на координатной (числовой) прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Одночлены и многочлены.
8. Многочлены с одной переменной. Корни многочленов второй степени.
9. Степени с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень натуральной степени.
10. Логарифмы и их свойства.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Область значений. Функция, обратная данной.
12. График функции. Возрастание и убывание функции. Периодичность, чётность, нечётность.
13. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$, $y = k/x$, показательной $y = a^x$, $a > 0$, логарифмической, тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$), арифметического квадратного корня $y = \sqrt{x}$.
14. Уравнения. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
15. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.
16. Системы уравнений и неравенств. Решение систем. Понятие о равносильных системах уравнений и неравенств

17. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формулы n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.
18. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
19. Формулы приведения.
20. Формулы двойного аргумента.
21. Решение тригонометрических уравнений.
22. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).
23. Формулы преобразования сумм вида $\sin x + \sin y$, $\sin x - \sin y$, $\cos x + \cos y$, $\cos x - \cos y$ в произведение.
24. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Правила нахождения производной суммы, произведения, композиции функций.
25. Производные функций $y = x^n$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = a^x$.
26. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Геометрия

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые.
2. Свойства равнобедренного треугольника.
3. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
4. Равенство треугольников. Признаки равенства треугольников.
5. Подобие треугольников, коэффициент подобия, признаки подобия треугольников, свойство отношения площадей подобных треугольников.
6. Симметрия: осевая и центральная. Свойства симметрии.
7. Векторы. Операции над векторами.

8. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.
9. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора.
10. Четырехугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция и их свойства.
11. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы.
12. Вписанные в окружность и описанные вокруг окружности треугольники и четырёхугольники.
13. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
14. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
15. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
16. Параллельность прямой и плоскости.
17. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
18. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
19. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали.
20. Прямая и наклонная призма; пирамида. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
21. Тела вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
22. Формула площади поверхности и объема параллелепипеда.
23. Формулы площади поверхности и объема призмы.
24. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.
25. Формулы площади поверхности и объема конуса.
26. Формулы объема шара.

27. Формулы площади сферы.

28. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.

Экзаменующийся должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений.
2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные выражения, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и основных тригонометрических функций.
4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
6. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
7. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач.
8. Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число, скалярное произведение векторов) и пользоваться свойствами этих операций.
9. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.

ПРИМЕРЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

ВАРИАНТ 1

1. Билет в музей для взрослого стоит 300 рублей, а для ребенка на 20% дешевле. Группа состоит из 2 взрослых и 17 детей. Сколько рублей стоят билеты на всю группу?
2. Найдите значение выражения $(5 + \sqrt{48})^2 - 40\sqrt{3}$.
3. Найдите градусную меру наименьшего положительного корня уравнения $5\cos x - \sin 2x = 0$.
4. Решите уравнение $\log_2(x+6) = 1 + \log_2(x+2)$.
5. Диагональ прямоугольника равна 5, а его периметр – 14. Найдите площадь прямоугольника.
6. К графику функции $y = x^2 - 3x + 1$ провели касательную, параллельную прямой $y = 7x - 2$. Найдите точку пересечения этой касательной с осью ординат.

ВАРИАНТ 2

1. Шоколадка стоит 50 рублей. Пенсионерам магазин предоставляет скидку 4%. Какое наибольшее число таких шоколадок может купить пенсионер на 300 рублей?
2. Найдите значение выражения $(5 - \sqrt{48})^2 + 40\sqrt{3}$.
3. Найдите градусную меру наименьшего положительного корня уравнения $\sin x + \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 1$.
4. Решите уравнение $0,5^{3-x} = 16$.
5. В прямоугольнике $ABCD$ диагональ AC равна 5, $\sin BAC = 0,8$. Найдите площадь прямоугольника.
6. В какой точке пересекает ось абсцисс касательная, проведенная к графику функции $y = x^3 - 2x^2 + x + 3$ в точке его пересечения с осью ординат?

ВАРИАНТ 3

1. Во время распродажи со скидкой 15% джинсы стоят 2550 рублей. Сколько рублей стоили джинсы без скидки?
2. Найдите значение выражения $(3 + \sqrt{2})(6 - \sqrt{8})$.
3. Найдите градусную меру наименьшего положительного корня уравнения $\sin^2 x + 5 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$.
4. Решите уравнение $\log_3(x+1) + \log_{\frac{1}{3}} 2 = 0$.
5. В равнобедренной трапеции боковые стороны и меньшее основание равны 5, а большее основание – 11. Найдите площадь трапеции.
6. Найдите точку минимума функции $y = x^3 - 2x^2 + x - 2$.

ВАРИАНТ 4

1. Во время распродажи пакет стирального порошка вместо 250 рублей стоит 240 рублей. Сколько процентов составляет скидка?
2. Найдите значение выражения $(3 - \sqrt{2})(6 + \sqrt{8})$.
3. Найдите градусную меру наименьшего положительного корня уравнения $\sin 2x + 5 \cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right) = 0$.
4. Решите уравнение $2^{x+3} - 2^x = 28$.
5. В равнобедренной трапеции $ABCD$ меньшее основание BC и боковые стороны равны 5, $\sin \angle A = 0,8$. Найдите площадь трапеции.
6. Найдите наименьшее значение функции $y = 3x^2 - 2x^3 + 1$ на отрезке $[-4; 0]$.

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1) Погорелов А.В. Геометрия. 10-11 кл. Базовый и профильный уровни: учеб. для общеобразоват. учреждений / А.В. Погорелов. - 9-е изд. - М. : Просвещение : Моск. учеб., 2010. - 172 с.
- 2) Алгебра и начала математического анализа. 10-11 кл. Базовый уровень: для учащихся общеобразоват. учреждений: в 2 ч. / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. - М.: Мнемозина, 2013. - 271 с.
- 3) Геометрия. 10-11 кл. Базовый и профильный уровни : учеб. для общеобразоват. организаций / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. - 23-е изд. - М. : Просвещение, 2014. - 255 с.
- 4) Алгебра и начала анализа. Базовый уровень. 10-11 кл. : учеб. для общеобразоват. организаций / Ш.А. Алимов, Ю.М. Колягин, М.В. Ткачева и др. - 20-е изд. - М. : Просвещение, 2014. - 463 с.
- 5) Сборник задач по математике для поступающих в вузы. Под ред. Сканави М.И. 6-е изд. М.: Оникс, 2007.
- 6) Дорофеев Г.В., Потапов М.К., Розов Н.Х. Пособие по математике для поступающих в ВУЗы. Избранные вопросы элементарной математики. – М.: Дрофа, 2004.
- 7) Нестеренко Ю.В. Олехник, С.Н. Потапов М.К. Задачи вступительных экзаменов по математике. М.: Физматлит, 2003.
- 8) Рязановский А.Р., Мирошин В.В. Математика. Решение задач. Сдаём без проблем. 2012. М.: Эксмо, 2011.