

**Департамент образования и науки города Москвы
Государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования города Москвы
«Московский городской педагогический университет»**

Программа вступительного испытания для поступающих на программы
бакалавриата / специалитета

«Математика для
педагогического
образования»

ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА

Экзамен проводится **в письменной форме**.

В очной форме. Продолжительность экзамена составляет **3 часа 55 минут (235 минут)**.

Каждый из вариантов экзаменационной работы состоит из 3 частей.

Часть 1 содержит четыре тестовых задания с выбором ответа, направленных на проверку основных вычислительных навыков с применением свойств элементарных функций и базовых формул школьного курса математики или на проверку профессиональных компетенций, связанных с организацией обучения математике.

Часть 2 содержит шесть тестовых заданий с записью ответа. Это задания на преобразование алгебраических выражений, текстовые задачи, задачи по планиметрии и стереометрии, задачи на исследование свойств функций с помощью производной. Кроме того, представлены задания, при выполнении которых абитуриент должен показать важные умения, реализующие его методическую подготовку. Выполнив задание, абитуриент записывает ответ (целое число или конечную десятичную дробь).

Часть 3 содержит три задания повышенной сложности. На проверку должно быть представлено полное, подробное и обоснованное решение этих заданий.

КРИТЕРИИ ОЦЕНКИ

Максимальная оценка за экзамен – 100 баллов.

Баллы, набранные абитуриентом за успешно выполненные задания, суммируются.

Номера заданий	Тип задания	Максимальное количество баллов за каждое задание	Возможное выставление балла при частичном выполнении задания
Часть 1			
1-4	Задания с выбором одного верного ответа	4	Не предусмотрено
Часть 2			
5-10	Задания с записью ответа	8	Не предусмотрено
Часть 3			
11	Уравнение	12	Указаны не все корни, но верно найдено общее решение уравнения - 6 баллов; уравнение не решено - 0 баллов.
12	Задача по стереометрии	12	Логически решение верное, допущена вычислительная ошибка - 6 баллов; решение не верно - 0 баллов.
13	Задача с параметром	12	Рассмотрены все возможные случаи, получен ответ, но решение содержит ошибки - 8 баллов; Рассмотрены не все случаи, задача не решена - 0 баллов.

Оценка на письменном экзамене выставляется членами предметной комиссии по стобальной шкале.

Абитуриент, набравший по итогам экзамена количество баллов, которое ниже минимальных баллов, установленных Университетом, считается не сдавшим вступительное испытание и выбывает из участия в конкурсе.

ПРОГРАММА ВСТУПИТЕЛЬНОГО ИСПЫТАНИЯ

Арифметика. Алгебра и начала математического анализа.

1. Натуральные числа. Простые и составные числа. Делитель, кратное. Наибольший общий делитель. Наименьшее общее кратное.
2. Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10.
3. Целые числа. Рациональные числа, их сложение, вычитание, умножение, деление. Сравнение рациональных чисел.
4. Действительные числа. Их представление в виде десятичных дробей.
5. Изображение чисел на координатной (числовой) прямой. Модуль действительного числа, его геометрический смысл.
6. Числовые выражения. Выражения с переменными. Формулы сокращенного умножения.
7. Одночлены и многочлены.
8. Многочлены с одной переменной. Корни многочленов второй степени.
9. Степени с натуральным и рациональным показателем. Арифметический корень натуральной степени.
10. Логарифмы и их свойства.
11. Понятие функции. Способы задания функции. Область определения. Область значений. Функция, обратная данной.
12. График функции. Возрастание и убывание функции. Периодичность, чётность, нечётность.
13. Определение и основные свойства функций: линейной, квадратичной $y = ax^2 + bx + c$, степенной $y = ax^n$, $y = k/x$, показательной $y = a^x$, $a > 0$, логарифмической, тригонометрических функций ($y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$), арифметического квадратного корня $y = \sqrt{x}$.
14. Уравнения. Корни уравнения. Понятие о равносильных уравнениях.
15. Неравенства. Решение неравенств. Понятие о равносильных неравенствах.
16. Системы уравнений и неравенств. Решение систем. Понятие о равносильных системах уравнений и неравенств.

17. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Формулы n -го члена и суммы первых n членов арифметической прогрессии. Формулы n -го члена и суммы первых n членов геометрической прогрессии.
18. Зависимости между тригонометрическими функциями одного и того же аргумента.
19. Формулы приведения.
20. Формулы двойного аргумента.
21. Решение тригонометрических уравнений.
22. Синус и косинус суммы и разности двух аргументов (формулы).
23. Формулы преобразования сумм вида $\sin x + \sin y$, $\sin x - \sin y$, $\cos x + \cos y$, $\cos x - \cos y$ в произведение.
24. Определение производной. Ее физический и геометрический смысл. Правила нахождения производной суммы, произведения, композиции функций.
25. Производные функций $y = x^n$, $y = \sin x$, $y = \cos x$, $y = \operatorname{tg} x$, $y = a^x$.
26. Достаточное условие возрастания (убывания) функции на промежутке. Понятие экстремума функции. Необходимое условие экстремума функции. Достаточное условие экстремума. Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке.

Геометрия.

1. Прямая, луч, отрезок, ломаная; длина отрезка. Угол, величина угла. Вертикальные и смежные углы. Параллельные прямые.
2. Свойства равнобедренного треугольника.
3. Сумма углов треугольника. Сумма внутренних углов выпуклого многоугольника.
4. Равенство треугольников. Признаки равенства треугольников.
5. Подобие треугольников, коэффициент подобия, признаки подобия треугольников, свойство отношения площадей подобных треугольников.
6. Симметрия: осевая и центральная. Свойства симметрии.
7. Векторы. Операции над векторами.
8. Многоугольник, его вершины, стороны, диагонали.

9. Треугольник. Его медиана, биссектриса, высота. Виды треугольников. Соотношения между сторонами прямоугольного треугольника. Теорема Пифагора.
10. Четырёхугольники: параллелограмм, прямоугольник, ромб, квадрат, трапеция и их свойства.
11. Окружность и круг. Центр, хорда, диаметр, радиус. Касательная к окружности. Дуга окружности. Сектор. Центральные и вписанные углы.
12. Вписанные в окружность и описанные вокруг окружности треугольники и четырёхугольники.
13. Формулы площади: треугольника, прямоугольника, параллелограмма, ромба, квадрата, трапеции.
14. Длина окружности и длина дуги окружности. Радианная мера угла. Площадь круга и площадь сектора.
15. Плоскость. Параллельные и пересекающиеся плоскости.
16. Параллельность прямой и плоскости.
17. Угол между прямой и плоскостью. Перпендикуляр к плоскости. Признак перпендикулярности прямой и плоскости.
18. Двугранные углы. Линейный угол двугранного угла. Перпендикулярность двух плоскостей.
19. Многогранники. Их вершины, ребра, грани, диагонали.
20. Прямая и наклонная призма; пирамида. Правильная призма и правильная пирамида. Параллелепипеды, их виды.
21. Тела вращения: цилиндр, конус, сфера, шар. Центр, диаметр, радиус сферы и шара. Плоскость, касательная к сфере.
22. Формула площади поверхности и объема параллелепипеда.
23. Формулы площади поверхности и объема призмы.
24. Формулы площади поверхности и объема пирамиды.
25. Формулы площади поверхности и объема конуса.
26. Формулы объема шара.
27. Формулы площади сферы.

28. Формулы площади поверхности и объема цилиндра.

Методика преподавания математики.

1. Роль математики в жизни общества.
2. Математические понятия, объем и содержание математического понятия.
Определение понятия.
3. Математические предложения (высказывания), элементарные и сложные высказывания.
4. Аксиомы и теоремы, дедуктивные рассуждения, математические доказательства.
5. Элементы теории множеств, понятие множества, способы задания множеств, диаграммы Эйлера – Венна, отношения между множествами.
6. Операции над множествами.
7. Множество натуральных чисел, множество рациональных чисел. Исторические этапы развития понятия натурального числа.
8. Приближенные вычисления.
9. Системы счисления, десятичная система счисления. Арифметические действия в десятичной системе счисления.
10. Величины и их измерения. Практические способы измерения величин и использование формул.
11. Длина, площадь и их измерения.
12. Объем, масса тела и их измерения.
13. Текстовые задачи и процесс их решения.
14. Способы решения текстовых задач.
15. Приемы проверки решения текстовой задачи.

Экзаменующийся должен уметь:

1. Производить арифметические действия над числами, заданными в виде десятичных и обыкновенных дробей; с требуемой точностью округлять данные числа и результаты вычислений.

2. Проводить тождественные преобразования многочленов, дробей, содержащих переменные выражения, содержащих степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
3. Строить графики линейной, квадратичной, степенной, показательной, логарифмической и основных тригонометрических функций.
4. Решать уравнения и неравенства первой и второй степени, уравнения и неравенства, приводящиеся к ним; решать системы уравнений и неравенств первой и второй степени и приводящиеся к ним. Сюда, в частности, относятся простейшие уравнения и неравенства, содержащие степенные, показательные, логарифмические и тригонометрические функции.
5. Решать задачи на составление уравнений и систем уравнений.
6. Изображать геометрические фигуры на чертеже и производить простейшие построения на плоскости.
7. Использовать геометрические представления при решении алгебраических задач, а методы алгебры и тригонометрии – при решении геометрических задач.
8. Проводить на плоскости операции над векторами (сложение и вычитание векторов, умножение вектора на число, скалярное произведение векторов) и пользоваться свойствами этих операций.
9. Пользоваться понятием производной при исследовании функций на возрастание (убывание), на экстремумы и при построении графиков функций.
10. Оперировать математическими понятиями, высказываниями.
11. Проводить дедуктивные рассуждения.
12. Оперировать понятием множество и проводить операции над множествами.
13. Оперировать десятичной системой счисления.
14. Проводить практические и опосредованные измерения геометрических величин (длина, площади и объема)
15. Решать текстовые задачи различными способами.
16. Применять алгоритм поиска решения текстовых задач.

ПРИМЕРЫ ЭКЗАМЕНАЦИОННЫХ ЗАДАНИЙ

задания с выбором ответа

1. Какие из следующих предложений являются определениями понятий:
 - а) Площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту;
 - б) От перестановки слагаемых сумма не меняется;
 - в) Уравнение – это равенство, содержащее переменную;
 - г) Квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов;
 - д) Функция называется возрастающей, если большему значению аргумента соответствует большее значение функции.
2. Укажите поразрядную запись числа 793. Варианты ответа:
 - а) $790 + 3$; б) $700 + 93$; в) $700 + 90 + 3$; г) $7 \times 100 + 9 \times 10 + 3$.
3. Найдите значение $\sin 2\alpha$, если $\cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}}$ и $\frac{3\pi}{2} < \alpha < 2\pi$. Варианты ответа:
 - а) $\frac{2}{\sqrt{5}}$; б) 0,8; в) -0,8.
4. Вычислите: $\log_{16} \sqrt[5]{8}$. Варианты ответа: а) 0,05; б) 0,15; в) 0,25.

задания с записью ответа

5. Укажите правильную последовательность этапов решения текстовой задачи:
1 - запись ответа; 2 - анализ условия задачи; 3 - запись решения; 4 - поиск решения; 5 – проверка. В ответе выпишите последовательность цифр без пробела.
6. В цветочном магазине одна роза стоит 100 рублей. При покупке более 10 роз продавец делает скидку 7% от стоимости покупки. Сколько будет стоить букет из 15 роз?
7. Решите уравнение: $3^{x+3} = 45 \cdot 5^x$.
8. Найдите наибольшее значение функции $y = \frac{x}{3} + \frac{3}{x}$ на отрезке $[-5; -1]$.
9. Найдите меньшую диагональ ромба с площадью 3 и высотой $\frac{6}{\sqrt{13}}$.
10. Высота конуса равна 12, а его образующая равна 37. Найдите площадь осевого сечения этого конуса.

задания с записью решения

11. Найдите все корни уравнения $\operatorname{ctg}^2 x - 8 \sin^2 x = 1$ из промежутка $\left[\frac{\pi}{2}; \frac{3\pi}{2}\right]$.
12. Объем треугольной пирамиды $SABC$ равен 15. Плоскость проходит через ребро AB и пересекает ребро SC в такой точке M , что $SM : MC = 1 : 2$. Найдите объем пирамиды $MABC$.
13. Найдите все значения параметра a , при которых неравенство $ax^2 + (a - 3)x + (3a - 1) \leq 0$ выполняется только для одного значения x .

СПИСОК РЕКОМЕНДОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

- 1) Атанасян Л.С. Геометрия. 7-9 классы. Учебник. ФГОС / Л.С. Атанасян, Э.Г. Поздняк, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев. - 12-е изд. - М.: Просвещение, 2021. - 383 с.
- 2) Атанасян Л.С. Геометрия. 10-11 кл. Учебник. Базовый и углубленный уровни. ФГОС / Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кадомцев и др. - 9-е изд. - М.: Просвещение, 2021. - 287 с.
- 3) Башмаков М.И. Математика: задачник для учреждений нач. и сред. проф. образования / М.И. Башмаков – 8-е изд., стер. – М.: Издательский центр «Академия», 2013. – 256с.
- 4) Дорофеев Г.В. Математика для поступающих в ВУЗы: учебное пособие / Г.В. Дорофеев, М.К. Потапов, Н.Х. Розов – М.: Дрофа, 2007. – 666 с.
- 5) Дорофеев Г.В. ЕГЭ-2022. Математика. Профильный уровень / Г.В. Дорофеев, С.В. Пчелинцев, Е.А. Седова, С.А. Шестаков. – М.: Эксмо-Пресс, 2021. – 288 с.
- 6) Мордкович А.Г. Математика. Алгебра. 10 класс. Учебник. В 2-х частях. Базовый и углубленный уровень. ФГОС / А.Г. Мордкович, П.В. Семенов. – М.: Мнемозина, 2021. – 806 с.
- 7) Мордкович А.Г. Алгебра и начала мат. анализа. 11 класс. Учебник. В 2-х частях. Базовый и углубленный уровни. ФГОС/ А.Г. Мордкович, Л.И. Звавич, П.В. Семенов, Л.О. Денищева. – М.: Мнемозина, 2021. – 583 с.
- 8) Нестеренко Ю.В. Задачи вступительных экзаменов по математике / Ю.В. Нестеренко, С.Н. Олехник, М.К. Потапов. – М.: Физматлит, 2003. – 629 с.
- 9) Пехлецкий И.Д. Математика: учебник для студ. образоват. учреждений сред.проф. образов / И.Д. Пехлецкий. – М.: Издательский центр «Академия», 2015.
- 10) Погорелов А.В. Геометрия. 7-9 классы. Учебник. / А.В. Погорелов. - 10-е изд. - М.: Просвещение, 2021. - 240 с.
- 11) Погорелов А.В. Геометрия. 10-11 классы. Базовый и углубленный уровни. ФП. ФГОС / А.В. Погорелов. - 17-е изд. - М.: Просвещение, 2021. - 175 с.

- 12) Сканава М.И. Сборник задач по математике для поступающих в вузы / М.И. Сканава, В.К. Егерев, В.В. Зайцев. – М.: АСТ, 2021. – 608 с.
- 13) Стойлова Л.П. и др. Математика. Сборник задач: учеб. Пособие для студ. Учреждений высш. проф. образования / Л.П. Стойлова и др. – М.: Издательский центр «Академия», 2012 – 240 с.
- 14) Ященко И.В. ЕГЭ 2021 Математика. 4000 задач. Базовый и профильный уровни. Все задания. Закрытый сегмент / И.В. Ященко, А.В. Забелин, И.Р. Высоцкий. – М.: Экзамен, 2021. – 640 с.
- 15) Ященко И.В. ЕГЭ 2022 Математика. Профильный уровень. Типовые экзаменационные варианты. 10 вариантов / И.В. Ященко, Е.А. Коновалов, И.Р. Высоцкий. – М.: Национальное образование, 2021. – 80 с.
- 16) Ященко И.В. ЕГЭ 2022 Математика. Базовый уровень. Типовые экзаменационные варианты. 30 вариантов / И.В. Ященко, Е.А. Коновалов, И.Р. Высоцкий. – М.: Национальное образование, 2021. – 192 с.